

OLIMPIADA DE MATEMATICA

Faza locala

Brasov, 22 ianuarie 2011

Clasa a V-a

1. a) Aratati ca numarul $2011 \cdot 2010 + 2011$ e patrat perfect.
- b) Aflati restul impartirii numarului 2011^2 la 2010.
- c) Aratati ca suma primelor 2011 numere naturale impare este egala cu 2011^2 .
- d) Scrieti numarul 2011^2 ca o suma de 2011 numere naturale consecutive.

Prof. Dorina Zaharia

2. Se împarte numărul natural a la numărul natural b și se obține câtul 7 și restul 13.

a) Să se arate că $3a - 21b - 23$ este un pătrat perfect.

b) Să se determine a și b dacă $3a - 2b \leq 305$.

Prof. Aurel Aldea

3. Determinați toate numerele de forma \overline{abba} cu a, b numere prime, astfel încât :

$$\overline{abba} + a^b + b^a + 1 \text{ să fie un număr par .}$$

Prof. Emanuel Munteanu

Clasa a VI-a

1. a) Dacă $2^a \cdot 2^b = 2^{2011}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$ și știind ca 2011 e un numar prim aratati ca a și b sunt numere prime între ele.

b) Dacă $2^{2011} = 2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_n}$, $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 2011$ atunci

a_1, a_2, \dots, a_n nu pot fi toate distincte.

Prof. Dorina Zaharia

2. Fie a, b, c trei numere naturale diferite între ele $a, b, c > 1$. Demonstrați că dacă : $[a, b]^2 = [b, c] \cdot [a, c]$ și $(a, b) = (a, c) = (b, c)$, atunci $a \cdot b$ este pătrat perfect.

Prof. Emanuel Munteanu

3. În interiorul unui unghi $\angle AOB$ cu măsura de 170° , se construiesc 17 semidrepte distincte cu originea în O astfel încât cele 18 unghiuri formate au măsurile exprimate prin numere naturale nenule.

a) Demonstrați că printre cele 18 unghiuri există cel puțin două unghiuri congruente.

b) Dacă exact 5 unghiuri sunt congruente, aflați valoarea maximă a măsurii lor.

Prof. Dorina Bocu