BAREM DE CORECTARE SI NOTARE

Clasa a V-a

1.a) $2011 \cdot 2010 + 2011 = 2011(2010 + 1) = 2011 \cdot 2011 = 2011^2$ (1p)

b) $2011^2 = 2011 \cdot 2010 + 2011 = 2011 \cdot 2010 + 2010 + 1 =$

$= 2010(2011 + 1) + 1 = 2010 \cdot 2012 + 1$

deci restul impartirii numarului 2011^2 la 2010 este 1(sau prin calcul direct). (2p)

c) Sa calculam $S_1 = 1 + 3 + 5 + \cdots + 4021$

Calculam $S_2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \cdots + 4021 + 4022 = \frac{4022 \cdot 4023}{2} = 2011 \cdot 4023$ si

$S_3 = 2 + 4 + 6 + \cdots + 4022 = 2(1 + 2 + 3 + \cdots + 2011) = 2 \cdot \frac{2011 \cdot 2012}{2} = 2011 \cdot 2012$

$S_1 = S_2 - S_3 = 2011 \cdot 4023 - 2011 \cdot 2012 = 2011(4023 - 2012) = 2011 \cdot 2011 = 2011^2$

(2p)

d)

$2011^2 = a + (a + 1) + (a + 2) + \cdots + (a + 2010) = 2011a + (1 + 2 + \cdots + 2010) = 2011a + \frac{2010 \cdot 2011}{2} = 2011a + 1005 \cdot 2011 = 2011(a + 1005)$

Deci $a + 1005 = 2011$ *adica* $a = 1006$

Astfel $2011^2 = 1006 + 1007 + \cdots + 3016$, deci 2011^2 este scris ca o suma de 2011 numere naturale consecutive. (2p)

2.a) Avem $a = 7b + 13$, cu $b \geq 14$. Atunci $3a - 21b - 23 = 3(7b + 13) - 21b - 23 = 16 = 4^2$ (3p)

b) $3(7b + 13) - 2b \leq 305$, de unde $19b \leq 266$, $b \leq 14$. Cum $b \geq 14$, rezultă $b = 14$. Atunci $a = 7 \cdot 14 + 13 = 111$. (4p)

3. Avem $\overline{abba} + a^b + b^a + 1$ este un număr par . Cum a este prim rezultă $a = 2$ sau $a = nr.\,impar$

Cazul I.

Dacă $a = 2 \Rightarrow \overline{abba} = par \Rightarrow \overline{abba} + 1 = impar \Rightarrow a^b + b^a = impar$

$\Rightarrow a^b = par \Rightarrow b^a = impar$. Deci :

$a = 2$ *şi* $b \in \{3,5,7\}$. Varianta $a^b = impar \Rightarrow b^a = par$ nu se poate realiza pentru că ar implica $2^b = impar$ (imposibil)

Numerele $\overline{abba}$ vor fi în acest caz : 2332;2552;2772. (3p)

Cazul II.

Dacă a este impar(a este prim) rezultă $\overline{abba} = impar \Rightarrow \overline{abba} + 1 = par \Rightarrow a^b + b^a = par$.

Vom avea următoarele situaţii :

$$i)\ \begin{cases} a^b = par \\ \text{şi} \\ b^a = par \end{cases} \quad \text{sau} \quad ii)\ \begin{cases} a^b = impar \\ \text{şi} \\ b^a = impar \end{cases}$$

Cazul i)

Se observă că nu există a şi b care să îndeplinească cerinţele pentru că $a = impar \Rightarrow a^b$ *nu poate fi par* .

Cazul ii)

$a \in \{3,5,7\}$ *şi* $b \in \{3,5,7\}$.

Deci numerele $\overline{abba}$ vor fi : 3333;3553;3773;5335;5555;5775;7337;7557;7777. (4p)