

Clasa a V-a**SUBIECTUL I**

a) Să se calculeze: $1+2+3+\dots+2011$;

b) Suma mai multor numere naturale distincte este egală cu 2023067. Să se arate că cel puțin unul dintre aceste numere este mai mare decât 2011.

SUBIECTUL II

Doi copii au primit de la părinții lor câte o sumă de bani. Dacă primul copil și-ar împărți banii pe care îi are în mod egal la 9 colegi, i-ar rămâne 7 lei. Dacă al doilea copil și-ar împărți banii pe care îi are în mod egal la 6 colegi, i-ar rămâne 3 lei. Justificați dacă este posibil ca cei doi copii să-și poată cumpăra câte un obiect identic de la același magazin, cu întreaga sumă pe care o are fiecare.

SUBIECTUL III

Fie numerele: $a=1+6+6^2+6^3+\dots+6^{59}$ și $b=1+5+5^2+5^3+\dots+5^{79}$. Să se compare numerele $5 \cdot a$ și $4 \cdot b$.

SUBIECTUL IV

Se consideră numerele naturale de două cifre, scrise în baza zece, cu proprietatea că suma dintre pătratul și cubul fiecărui număr este pătrat perfect. Să se arate că suma tuturor numerelor cu această proprietate este divizibilă cu 13.

Clasa a VI-a**SUBIECTUL I**

Andreea, Adi și Mihaela, au depus la bancă o sumă de bani. Andreea a depus o doime din această sumă, Adi a depus o cincime din această sumă, iar Mihaela a depus restul. După ce Andreea a ridicat o cincime din suma depusă de ea, Adi a ridicat o jumătate din suma depusă de el, și Mihaela două treimi din suma depusă de ea, au mai rămas la bancă 600 lei.

a) Ce sumă a depus fiecare?

b) Ce procent din suma rămasă la bancă, mai are de primit fiecare?

SUBIECTUL II

Determinați toate numerele de forma \overline{abba} , $a \neq b$, scrise în baza 10, știind că are loc egalitatea

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 22 \cdot \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}.$$

Gazeta matematică nr. 3/2010

SUBIECTUL III

Se consideră triunghiul ABC cu bisectoarele $[BB']$ și $[CC']$ (punctele B' și C' se găsesc pe (AC) respectiv (AB)). Știind că $[BB'] \equiv [BC]$, $[CC'] \equiv [CB]$ și că suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este de 180° , să se afle măsurile unghiurilor triunghiului.

SUBIECTUL IV

În jurul unui punct O se consideră toate unghiurile ce se pot forma cu măsurile de: $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 9^\circ, 11^\circ, 1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 9^\circ, 11^\circ, \dots$ în ordinea scrisă. Notăm cu O_1, O_2, O_3, \dots , unghiurile formate în ordinea precizată.

a) Câte unghiuri se pot forma, conform enunțului, în jurul punctului O?

b) Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor O_4 și O_{14} .

BACAU OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ- 12 FEBRUARIE 2011

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

- a) Determinați $n \in \mathbb{N}$ dacă cel mai mare divizor comun al numerelor $3n+7$ și $2n+6$ este $n+1$;
b) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația : $x^2-10x+y+7=0$

SUBIECTUL II

- a) Să se determine $x \in \mathbb{N}$, astfel încât $\sqrt{\frac{4x-5}{x+1}} \in \mathbb{N}$;
b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$, astfel încât oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, să avem adevărată relația :
 $(m-1)(m-2)x + 2^{-1}$ este strict pozitivă.

SUBIECTUL III

Fie M și N mijloacele laturilor $[AD]$, respectiv $[DC]$ ale rombului $ABCD$, și $BM \cap AC = \{P\}$, iar $BN \cap AC = \{T\}$.

- a) Să se arate că $MNTP$ este trapez isoscel;
b) Dacă $AN \cap BD = \{G\}$ și $GP \perp AB$, stabiliți natura patrulaterului $ABCD$.

SUBIECTUL IV

Se dă $\triangle ABC$ și punctul $D \in (BC)$. Paralela prin D la AB intersectează pe AC în punctul E , iar paralela prin D la AC intersectează pe AB în punctul F .

- a) Să se arate că $DF+FA=AE+ED$;
b) Demonstrați că raportul ariilor $\triangle BDF$ și $\triangle ADF$ este egal cu inversul raportului ariilor $\triangle CDE$ și $\triangle AED$.

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Fie x, y numere reale cu $y \neq -1$. Arătați că $x^2-y^2=2(x+y)$ dacă și numai dacă $\frac{x-1}{y+1} \in \{\pm 1\}$.

SUBIECTUL II

Gazeta matematică nr. 5/2009

Fie a, b, c numere reale.

- a) Dacă $|a+b|=|a-b|$ arătați că $a \cdot b = 0$.
b) Dacă $|a+b+c|=|-a+b+c|=|a-b+c|=|a+b-c|$, arătați că cel puțin două dintre numerele a, b, c sunt egale cu zero.

SUBIECTUL III

Pe planul triunghiului ABC cu laturile $AB=2$, $BC=\sqrt{3}$ și $AC=1$, se ridică perpendiculara $AM=\sqrt{2}$.

- a) Arătați că MC și BC sunt perpendiculare.
b) Aflați măsura unghiului dintre MC și (AMB) .

SUBIECTUL IV

- a) Desenați o prismă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$. Se consideră punctele E, F , respectiv F' , mijloacele muchiilor $[AB]$, $[BC]$, respectiv $[B'C']$. Muchia bazei este de 6 cm, iar înălțimea $AA' = 9$ cm.
b) Demonstrați că dreptele AF și DE sunt perpendiculare.
c) Calculați tangenta unghiului diedru determinat de $(F'DE)$ și (ABC) .
d) Fie punctul P situat pe muchia $[BB']$. Calculați lungimea segmentului BP , știind că perimetrul $\triangle A'PF$ este minim.