

ENUNȚURI

ISJ Maramureș

Varianta 1

I. Notați cu A dacă considerați propoziția adevărată și cu F dacă este falsă.

1. Soluția ecuației $x(x^2 - 5) = 9$ este $x = 2$.
2. $\frac{2}{5} = \frac{12}{20}$.
3. Funcția $f(x) = 3x - 5$ $F: [-3, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ are graficul o dreaptă.
4. Volumul cubului de muchie 5 este 25.
5. Aria laterală a tetraedrului regulat de muchie 1 cm este $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

II. Alegeți răspunsul corect dintre A, B, C.

1. Dacă $E = [-3, 5]$ și $F = [3, 7]$ atunci $A \cap B$ este egal cu:
A. $[-3, -7]$; B. $[3, 5]$; C. $(3, 5)$.
2. Soluția naturală a inecuației $3 \cdot (x - 2) + 7 \leq 10$ este:
A. $(-2, 5)$; B. $[3, 5]$; C. $\{0, 1, 2, 3\}$.
3. Cilindrul cu $R = 4$ cm și $I = 5$ cm are Aria egală cu:
A. 40π ; B. 12π ; C. 30π .
4. $(\sqrt{36} - \sqrt{81} + 2\sqrt{25}) : \sqrt{100}$ are valoarea:
A. 2; B. 5; C. $\frac{7}{10}$.
5. Fie $f(x) = x - 1$ $Gf \cap OX$ are coordonatele:
A. $(2, 0)$; B. $(1, 0)$; C. $(0, -1)$.

III.

1. Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile:
a) $x^2 + 5x + 4 = 0$; b) $(x - 3)^2 - 25 = 0$.
2. Aria totală a unui tetraedru regulat este $144\sqrt{3}$ cm². Aflați:
a) muchia tetraedrului; b) înălțimea lui.
3. Demonstrați că: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + x + yz$.

Varianta 2

I. Notați cu A dacă credeți că afirmația este corectă și cu F dacă este falsă.

1. $(-2+3-7)^2 - (-2-3+7)^2 = 0$.

2. Opusul numărului rațional $\frac{5}{2}$ este $-\frac{2}{5}$.

3. Produsul a 2 numere este diferit de zero oricare ar fi aceste numere..

4. $|\sqrt{2}-1| > |1-2\sqrt{3}|$.

5. Cubul are fețele tlate pătrate de $l = 2\sqrt{2}$ cm atunci $V = 24 \text{ cm}^3$.

II. Alegeți rezultatul corect A, B, sau C.

1. Rezultatul calculului $(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$ este egal cu:

A. $\sqrt{2}$;

B. $\sqrt{3}$;

C. $-2,5$.

2. Simplificând fracția: $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ obținem:

A. $\frac{x-3}{x-1}$;

B. $\frac{x+3}{x-1}$;

C. x .

3. Formula pentru obținerea diagonalei unui paralelipiped cu dimensiunile a, b, c este:

A. $d = a^2 + b^2 + c^2$;

B. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;

C. $d = a + b + c$.

4. Ecuația $|2x - 1| = 7$ are soluția:

A. $\{4, -3\}$;

B. $\{4\}$;

C. $\{2, 5\}$.

5. Funcția liniară $f(x) = ax + b$ $f: [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ are graficul:

A. o dreaptă;

B. un segment;

C. o semidreaptă.

III.

1. Rezolvați în \mathbb{R} :

a) $x^2 - 14 + 48 = 0$.

b) $\frac{x-2}{3} - \frac{x}{4} > \frac{1}{2}$.

2. Prisma patrulateră regulată are $AA' = 8$ cm, $AB = 5$ cm. Aflați:

a) Al, At și volumul.

b) diagonala.

c) tg unghiului $[(A'BCD') (ABC)]$.

3. Aflați valoarea minimă a expresiei $E = \sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{y^2 - 10y + 26}$. și $a, b \in \mathbb{R}^*$.
Calculați: $a + b$ și $(a + b)^{2008}$.

Varianta 3

I. Notați cu A dacă credeți că afirmația este adevărată și cu F dacă este falsă.

1. Soluția în \mathbb{R} a inecuației $x - 5 < 7$ este $x \in (-\infty, 12)$.
2. Un cub cu muchia a are diagonala $a\sqrt{3}$.
3. $(-2)^{2007} > 2^{2006}$.
4. $\left(\frac{1}{5}\right)^6 > \frac{1}{5^5}$.
5. Volumul cilindrului de $R = 10$ cm și $i = 1$ cm este 100π cm².

II. Alegeți răspunsul corect A, B sau C.

1. Funcția $f(x) = 2x - 3$ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ trece prin:
A. (1, 5); B. (-1, -5); C. (3, 1).
2. Suma a 2 numere este 15 diferența lor este 1. Atunci numerele sunt:
A. {8, 7}; B. {3, 12}; C. {4, 11}.
3. Proiecția unui segment pe un plan este:
A. un punct sau un segment; B. Un plan; C.o dreaptă.
4. Soluția ecuației $2x^2 - x + 50$ este:
A. {-2, 3}; B. {1, 5}; C. \emptyset .
5. Tetraedrul regulat are:
A. 4 fețe triunghiulare oarecare;
B. 4 fețe triunghiulare echilaterale;
C. 3 fețe laterale triunghiulare isoscele.

III.

1. Dacă $M = \{1, 2, 3\}$ și $N = \{0, 5\}$:
a) Calculați $M \times N$. b) Reprezentați grafic.
2. Rezolvați în \mathbb{R} :
$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ 10x + 3y = -1 \end{cases}$$
.
3. $ABCD A' B' C' D'$ paralelipiped dreptunghic $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm, $AA' = 10$ cm.
a) Aflați Al, At, V.
b) $\text{tg}[(A'C), (ABC)]$.
c) Diagonala.
d) Câte cuburi de muchie 2 cm se pot obține din paralelipiped.

Varianta 4

I. Notați cu A dacă relația este adevărată și cu F dacă este falsă.

1. Dacă A și B sunt mulțimi de numere atunci $A \times B = B \times A$.
2. O ecuație de gradul 2 are întotdeauna 2 soluții.
3. $(x - 3) = x^2 - 6x + 9$.
4. Fie funcția $f(x) = x + 3$ $f: \{3, 4, 5, 6\}$ atunci $E(1, 4) \in G_f$.
5. Un paralelipiped dreptunghic are muchiile de 2, 3, 4 cm, atunci diagonala are lungimea de $\sqrt{29}$ cm.

II. Alegeți răspunsul corect A, B sau C.

1. Soluția în \mathbb{R} a inecuației $-2x + 3 \leq 7$ este:
A. $(-\infty, 2)$; B. $(-\infty, -2]$; C. $[-2, \infty)$.
2. Soluția ecuației $x^2 + x + 10 = 0$ este:
A. $(-1, 0)$; B. $(1, 3)$; C. \emptyset .
3. Soluția sistemului $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$ este:
A. $\{0, 0\}$; B. $\{1, 1\}$; C. $\{7, 14\}$.
4. Conul cu $R = 8$ cm și $I = 12$ cm are volumul:
A. 80π cm³; B. $\frac{80\pi}{3}$ cm³; C. 256π cm³.
5. Prisma patrulateră regulată are baza unui pătrat de arie 16 cm atunci muchia bazei este:
A. 8 cm; B. 4 cm; C. $\sqrt{4}$ cm.

III.

1. Rezolvați în \mathbb{Z} ecuațiile:
a) $(x - 4)(x + 4) = 9$; b) $|x - 2| = 3$.
2. Aria totală a unui cub $ABCD A' B' C' D'$ este de 600 cm². Aflați:
a) Aria unei fețe;
b) Muchia cubului;
c) Volumul cubului;
d) Aria triunghiului ABC' .
3. Afați numerele prime a, b, c știind că: $5a + 6b + 4c = 128$.

Varianta 5

I. Notați cu A dacă afirmația este adevărată și cu F dacă este falsă.

1. Soluția ecuației $x^2 + 5x - 7$ este $x = 4$.
2. Funcția liniară $f(x) = -3 + 5$ trece prin originea sistemului de axe $O(0, 0)$.
3. $(x - 2)^2 - (x + 2) = x^2 + 3x + 12$.
4. Tetraedrul are 6 muchii.
5. Aria laterală a unui con de $R = 50$ cm este 32π cm².

II. Alegeți răspunsul corect A, B sau C.

1. Șapte numere întregi consecutive au suma 0 atunci cel mai mare număr este:
A. 3; B. 13; C. 0.
2. Soluția în \mathbb{Z} a inecuației $|x - 3| \leq 4$ este:
A. $\{-1, 0, 1, 2\}$; B. $\{-5, 7, 4\}$; C. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
3. Perimetrul unui dreptunghi este 42 unul din laturi este de două ori mai mare decât celălalt. Atunci laturile sunt:
A. 7 și 14; B. 12 și 24; C. 5 și 10.
4. Cubul de muchie 4 cm are volumul:
A. 64 cm³; B. 16 cm³; C. 24 cm³.
5. Diferența a două numere este 6 suma lor este 38 atunci numerele sunt:
A. 13 și 7; B. 26 și 20; C. 22 și 16.

III.

1. Rezolvați ecuațiile:
a) $x^2 + 3x + 2 = 0$; b) $(x + 1)(x - 1) - 8 = 0$.
2. În piramida patrulateră regulată se cunosc muchia bazei 12 cm și înălțimea 8 cm. Aflați:
a) apotema piramidei;
b) aria laterală, aria totală și volumul.
c) tangenta unghiului dintre o față laterală și bază.
3. Calculați $(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) : \operatorname{tg} 45^\circ$.

I. (28p) Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți afirmații corecte.

1. Suma elementelor mulțimii: $[-3; 4) \cap \mathbb{Z}$ este egală cu
2. Punctul $A(1; -2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - a$, pentru $a = \dots$
3. Aria totală a cubului cu muchia de lungime 3 cm este cm^2 .
4. Aria laterală a unui tetraedru regulat este $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Muchia tetraedrului are lungimea cm.

II. (32p) Încercuiți răspunsul corect. Numai una din cele patru variante de răspuns este corectă.

5. Mulțimea soluțiilor ecuației $3x^2 + x - 2 = 0$ este:

- a) $\{\emptyset\}$; b) $\left\{\frac{2}{3}; -1\right\}$; c) $\left\{-\frac{2}{3}; 1\right\}$; d) $\left\{\frac{3}{2}; -1\right\}$.

6. Descompunerea în factori a expresiei $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$ este:

- a) $(x - 1)^2(x + 1)$; b) $(x - 1)(x + 1)^2$; c) $(x - 1)^2(x + 1)^2$; d) $(x - 1)(x + 1)$.

7. O prismă triunghiulară dreaptă are înălțimea de 6 cm și aria unei fețe laterale de 48 cm^2 . Volumul prisme este:

- a) $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$; b) 384 cm^3 ; c) $108\sqrt{3} \text{ cm}^3$; d) 320 cm^3 .

8. Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu diagonala de $10\sqrt{2}$ cm. Aria laterală a cilindrului este:

- a) $100\pi \text{ cm}^2$; b) $100\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$; c) $200\pi \text{ cm}^2$; d) 100 cm^2 .

III. (30p) Se vor face rezolvările complete:

9. Se consideră expresia:

$$E(x) = \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x-3} - \frac{7x+9}{x^2-9}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$$

a) Să se aducă expresia la forma cea mai simplă;

b) Determinați elementele mulțimii $A = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{1}{2} \cdot E(x) \in \mathbb{Z}\right\}$.

10. Generatoarea unui con circular drept are lungimea de 14 cm și face cu planul bazei un unghi cu măsura de 30° . Determinați volumul conului.

Varianta 7

I. (50p) Se vor trece numai rezultatele pe foaia de examen.

1. Descompunerea în factori a expresiei $x^2 - 4$ este:
2. Media aritmetică a numerelor $7 - 2\sqrt{5}$ și $7 + 2\sqrt{5}$ este:
3. Punctul A de intersecție a graficelor funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g(x) = x + 3$ are coordonatele $A(\dots, \dots)$
4. Dacă $a + \frac{1}{a} = 3$, atunci $a^2 + \frac{1}{a^2} = \dots$
5. Soluția naturală a ecuației $x^2 - x - 2 = 0$ este
6. Un con circular drept are raza $R = 4$ cm și aria laterală de 12π cm². Generatoarea conului are lungimea de cm.
7. Piramida patrulateră dreaptă regulată $VABCD$ are latura bazei de 18 cm și muchia VA de $9\sqrt{3}$ cm. Înălțimea piramidei are lungimea de cm.
8. Volumul cubului cu lungimea muchiei de 3 cm este cm³.
9. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are laturile bazei de 24 cm și 42 cm, iar înălțimea trunchiului de piramidă de 12 cm. Înălțimea piramidei din care provine trunchiul este cm.
10. Aria unei sfere este 100π cm². Raza sferei are lungimea cm.

II. (40p) Se vor face rezolvările complete.

11. Fie $E(x) = \left(\frac{2x}{2x+1} - \frac{4x^2}{4x^2+4x+1} \right) : \left(\frac{2x}{4x^2-1} - \frac{1}{2x+1} \right)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$.

a) Aduceți $E(x)$ la forma cea mai simplă.

b) Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\frac{1}{2}E(x) = \frac{3}{2x+1}$

12. Piramida patrulateră regulată $VABCD$ are înălțimea $VO = 12$ cm și muchia bazei $AB = 10$ cm.

a) Calculați volumul piramidei.

b) Aflați cosinusul unghiului plan al diedrului format de planul unei fețe laterale cu planul bazei.

ISJ Hunedoara

Varianta 8

1. Completați spațiile libere astfel încât să obțineți afirmații adevărate.
- a. Reprezentate într-un sistem de axe ortogonale, punctele $A(-2, 0), B(-2, 2), C(2, 2), D(2, 0)$ sunt vârfurile unui (5p)
- b. Suma a două numere este 200. Mărind numărul mai mic cu 40 și micșorând numărul mai mare cu 20, se obțin numere egale. Cele două numere suntși (5p)
- c. Prisma triunghiulară regulată cu $A_{tot} = 176\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și $A_b = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ are înălțimea de cm. (5p)
- d. Raportul dintre raza și generatoarea unui cilindru circular drept este 0,4 iar aria laterală a cilindrului este $80\pi \text{ cm}^2$. Volumul cilindrului este cm^3 .

La exercițiile 2, 3, 4 și 5 încercuiți răspunsul corect. Numai una dintre cele 4 variante de răspuns este corectă.

2. Fie funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = \begin{cases} 2x-5 & , x < -2 \\ -2x+5 & , x \geq -2 \end{cases}$. Atunci, $f(-3) + f(3)$ este: (5p)

A. -12; B. -10; C. -8; D. 0.

3. Ecuația $(3x-7)^2 + (x+m)^2 = m^2 + 11$ admite soluția $x=1$ pentru $m = \dots$ (5p)

A. 0; B. 3; C. -3; D. -2

4. Între raza și generatoarea unui con circular drept, cu aria laterală egală cu aria bazei, are loc relația : (5p)

A. $R = 2 \cdot G$; B. $G = 2 \cdot R$; C. $R = G$; D. $R = -G$.

5. Exprimate în cm^3 , respectiv cm^2 , volumul și aria unei sfere se reprezintă prin numere egale. Atunci raza sferei este dată de: (5p)

A. $R = 1 \text{ cm}$; B. $R = 3 \text{ cm}$; C. $R = 5 \text{ cm}$; D. $R = \sqrt{3} \text{ cm}$.

6. Dacă apreciați că afirmația este adevărată, încercuiți litera A. În caz contrar, încercuiți litera F.

A. F. După simplificare, raportul $\frac{2x^2-8}{3x+6}$ devine $\frac{2x-4}{3}$. (5p)

A. F. $H^2 = G^2 - R^2$ reprezintă o relație între elementele unui cilindru circular drept. (5p)

A. F. În mulțimea N , a numerelor naturale, inecuația $\frac{2x-1}{3} > \frac{3x-4}{4}$ admite 7 soluții.. (5p)

A. F. Numărul $\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + |5-\sqrt{12}|$ este natural. (5p)

La exercițiile 7 și 8, scrieți rezolvările complete

7. Lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic sunt $x + 2$, $x + 5$, $2x + 1$. Calculați aria triunghiului. (15p)
8. Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi echilateral iar aria laterală a conului este $72\pi\text{cm}^2$.
- a. Aflați raza (R), generatoarea (G) și înălțimea (H) conului. (12p)
- b. Calculați volumul conului. (3p)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

I. (30p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Soluțiile reale ale ecuației $x^2 + x - 30 = 0$ sunt și
- O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile de 3cm . Aria totală a piramidei este ... cm^2 .
- Aria totală a unui cub este egală cu 150cm^2 . Aria unei fețe a cubului este egală cu cm^2 .
- Lungimea razei și a înălțimii unui con circular drept sunt direct proporționale cu 3 și 4. Știind că aria laterală este 60cm^2 , atunci volumul conului este cm^3 .
- O sferă are raza de 3cm . Volumul sferei este egal cu πcm^3 .

II. (24p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

- Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $3x - 6 < 0$ este intervalul:

A. $(-\infty; 2)$ B. $(-\infty; 2]$ C. $[2; +\infty)$ D. $(2; +\infty)$
- Fie funcțiile $f: R \rightarrow R; f(x) = -2x + 5$ și $g: R \rightarrow R; g(x) = x + 2$. Coordonatele punctului de intersecție al reprezentărilor grafice ale celor două funcții este punctul:

A. $(3; 1)$ B. $(-1; 1)$ C. $(3; 5)$ D. $(1; 3)$
- Aria laterală a unui cilindru circular drept este egală cu $18\pi\text{cm}^2$, iar generatoarea sa are lungimea de 6cm . Aria secțiunii axiale a cilindrului este egală cu:

A. 18cm^2 B. 9cm^2 C. 36cm^2 D. 12cm^2
- Calculând $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ) \cdot (\cos 60^\circ - \sin 60^\circ)$ se obține:

A. 0,5 B. - 0,5 C. 0 D. 1

III. (36p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezolvările corecte.

- Prețul unei biciclete se mărește cu 20%. După un timp bicicleta se scumpește din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel la prețul de 264lei .
 - stabiliți care a fost prețul inițial al bicicletei;
 - stabiliți cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul bicicletei după cele două scumpiri.
- desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată;
Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ cu bazele $ABCD$ și $A' B' C' D'$ are $AB = 18\text{cm}$, $A' B' = 6\text{cm}$ și apotema trunchiului de 12cm .
 - în trapezul $ABB' A'$ fie $AB' \cap A' B = \{P\}$, calculați perimetrul triunghiului PAB ;
 - calculați volumul trunchiului de piramidă;
 - determinați măsura unghiului dintre o față laterală a piramidei din care provine trunchiul și planul bazei.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

Varianta 10

I. (30p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Soluțiile reale ale ecuației $x^2 - 10x + 16 = 0$ sunt și
- O piramidă patrulateră regulată are muchia bazei de 6cm și apotema piramidei de 5cm . Aria laterală a piramidei este egală cu cm^2 .
- Un paralelipiped dreptunghic are volumul egal cu 100cm^3 . Aria bazei este egală cu 4cm^2 . Înălțimea paralelipipedului are lungimea egală cu cm .
- Volumul unui cilindru circular drept este $96\pi\text{cm}^3$, iar înălțimea lui este de 6cm . Aria totală a cilindrului este: cm^2 .
- Aria unei sfere cu raza de 12cm este egală cu πcm^2 .

II. (24p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului. Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

- Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $-x + 4 > 2$ este intervalul:
 A. $(2; +\infty)$ B. $[1; +\infty)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-\infty; 1]$
- Fie raportul $F(x) = \frac{1-2x^2}{x^2+1}$. Valoarea $F(\sqrt{2})$ obținută prin calcul este:
 A. $\frac{5}{3}$ B. -5 C. -1 D. $\frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$
- Desfășurarea suprafeței laterale a unui con circular drept este un sfert de disc care are raza egală cu $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. Raza conului circular drept are lungimea de:
 A. $\frac{\sqrt{3}}{8}\text{cm}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$ D. $\sqrt{3}\text{cm}$
- O coardă a unui cerc cu raza de 10cm are lungimea egală cu 16cm . Distanța de la centrul cercului la coardă este egală cu:
 A. 3cm B. 4cm C. 6cm D. 8cm

III. (36p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezolvările corecte.

- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = (a+1) \cdot x + 5; a \in \mathbb{R}$.
 a.) aflați valorile numărului a pentru care punctul $A(a; 25)$ aparține graficului funcției f ;
 b.) pentru $a = 4$ reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe ortogonale xOy .
- a.) desenați un trunchi de con circular drept;
 Într-un trunchi de con circular drept media aritmetică a lungimilor razelor bazelor este de 5cm , înălțimea este de 3cm , iar generatoarea este de 5cm .
 b.) arătați că raza bazei mari are lungimea de 7cm ;
 c.) calculați volumul trunchiului de con;
 d.) calculați măsura unghiului sectorului de cerc care reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a conului din care provine trunchiul.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

Varianta 11

I. (30p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Soluțiile reale ale ecuației $3x^2 + 2x - 5 = 0$ sunt și
- O piramidă triunghiulară regulată are latura bazei de 10cm și apotema piramidei de 4cm . Aria laterală a piramidei este egală cu cm^2 .
- Diagonala unui cub are lungimea de $4\sqrt{3}\text{cm}$. Aria laterală a cubului este egală cu cm^2 .
- Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu diagonala egală cu $8\sqrt{2}\text{cm}$. Aria laterală a cilindrului este: cm^2 .
- O sferă are raza de lungime 4cm . Volumul sferei este egal cu πcm^3 .

II. (24p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului. Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

- Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x - 5 < 3x$ este intervalul:
 A. $(-5; \infty)$ B. $[-5; \infty)$ C. $(-\infty; -5)$ D. $(-\infty; -5]$
- Fie funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}; f(n) = (-1)^n + n$. Rezultatul calculului $f(2007) + f(2008)$ este:
 A. 2007 B. 2008 C. 1 D. 4015
- Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi echilateral cu înălțimea de 6cm . Generatoarea conului are lungimea egală cu:
 A. 12cm B. $4\sqrt{3}\text{cm}$ C. $3\sqrt{3}\text{cm}$ D. $3\sqrt{5}\text{cm}$
- Catetele unui triunghi dreptunghic sunt $AB = 6\text{cm}$ și $AC = 8\text{cm}$. Calculând $\sin \hat{B} + \sin \hat{C}$ se obține:
 A. 1 B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{7}{5}$

III. (36p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezolvările corecte.

- Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu 6 și respectiv 3, iar numerele b și c sunt invers proporționale cu numerele 0,(3) și respectiv 0,1(6).
 a.) transformați numerele 0,(3) și 0,1(6) în fracții ireductibile;
 b.) aflați numerele $a; b; c$ știind că $a^2 + b^2 + c^2 = 81$.
- a.) desenați o piramidă patrulateră regulată;
 În piramida patrulateră regulată $VABCD$, lungimea înălțimii VO este egală cu lungimea unei laturi a pătratului $ABCD$ și punctul M este mijlocul laturii BC .
 b.) arătați că triunghiul VMA este isoscel;
 c.) știind că $VM = 4\sqrt{5}\text{cm}$, aflați volumul piramidei patrulateră regulate $VABCD$;
 d.) știind că $VM = 4\sqrt{5}\text{cm}$, determinați distanța de la punctul A la planul (VBC) .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

Varianta 12

I. (30p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Soluțiile reale ale ecuației $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$ sunt și
2. Aria laterală a unei piramide patrulateră regulată cu latura bazei de 6cm și apotema piramidei de 12cm , este egală cu cm^2 .
3. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile bazei de 3cm și de 5cm , iar înălțimea de 6cm . Aria laterală a paralelipipedului este egală cu cm^2 .
4. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari 10cm , raza bazei mici 6cm și generatoarea de 5cm . Aria totală a trunchiului este: cm^2 .
5. O sferă are diametrul de 8cm . Aria sferei este egală cu πcm^2 .

II. (24p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului. Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

1. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x - 1 \leq 2$ este intervalul:

A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ B. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$
2. Fie expresia $E(x) = \frac{3-x}{2}$. Efectuând calculul $E(\sqrt{2} + 1) + E(1 - \sqrt{2})$ se obține:

A. 3 B. $3 - \sqrt{2}$ C. 2 D. $2 - \sqrt{2}$
3. Un trunchi de con circular drept are aria laterală egală cu $120\pi\text{cm}^2$ și generatoarea egală cu 12cm . Dacă raza bazei mici a trunchiului este 25% din raza bazei mari, atunci aria secțiunii axiale a trunchiului de con este egală cu:

A. $60\sqrt{3}\text{cm}^2$ B. $30\sqrt{3}\text{cm}^2$ C. 60cm^2 D. 30cm^2
4. Într-un cerc cu raza de 6cm se consideră un unghi la centru cu măsura de 30° . Calculând aria sectorului de cerc corespunzător se obține:

A. $6\pi\text{cm}^2$ B. $36\pi\text{cm}^2$ C. πcm^2 D. $3\pi\text{cm}^2$

III. (36p) Pe foaia de concurs (teză), scrieți rezolvările corecte.

1. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R; f(x) = \frac{1}{3} \cdot x - 2$
 - a.) reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe ortogonale xOy ;
 - b.) calculați valoarea expresiei $f(b) - f(a) + 2 \cdot f\left(\frac{a-b}{2}\right); a, b \in R$.
2. a.) desenați un cilindru circular drept;

Punctele O și O' sunt centrele bazelor unui cilindru circular drept. Secțiunea axială a cilindriului este un pătrat de latură 12cm . O sferă are raza de 6cm .

 - b.) arătați că aria laterală a cilindriului este egală cu aria sferei;
 - c.) comparați volumul sferei cu volumul cilindriului;
 - d.) Fie punctul P mijlocul înălțimii OO' . Calculați aria totală a corpului rămas după înlăturarea din cilindru a conului circular drept care are vârful P și ca bază una din bazele cilindriului.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

ISJ Sibiu
Varianta 13

1. Dacă apreciați că afirmația este adevărată încercuiți litera A. În caz contrar încercuiți litera F.

A. F. Punctul $A(1, -1)$ se află pe graficul funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x - 3$. (3p)

A. F. Distanța de la originea axelor de coordonate la graficul funcției

$$f: R \rightarrow R, f(x) = -\frac{3}{4}x + 30 \text{ este } 30. \text{ (3p)}$$

A. F. Aria triunghiului determinat de origine și de intersecțiile graficului funcției $f: [0, 2] \rightarrow R, f(x) = 2 - x$ cu axele de coordonate este 4. (3p)

A. F. Ecuația $(m + 1)x - 2 = 3$ are soluția 4 pentru $m = 1$. (3p)

A. F. Mulțimea soluțiilor ecuației $2x^2 - 5x + 2 = 0$ este $\{2^{-1}, 2\}$. (3p)

A. F. Mulțimea soluțiilor inecuației $2x - 3 \leq 3x - 2$ este $(-\infty, 1]$ (3p)

A. F. Aria totală a unui cub cu diagonala de $\sqrt{3}$ cm este egală cu 6 cm^2 . (3p)

A. F. Volumul unui con circular drept cu secțiunea axială un triunghi echilateral de latură 6 cm este egal cu $9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. (3p)

A. F. Aria totală a unei mingi sferice cu raza de 10 cm este egală cu 400 cm^2 . (3p)

2. Dacă apreciați că afirmația este adevărată încercuiți litera A. În caz contrar încercuiți litera F și înlocuiți în spațiul liber dintre paranteze numerele sau simbolurile subliniate astfel încât afirmația să devină adevărată.

A. F. () Dintre numerele $2x^2 + 3y^2$ și $2\sqrt{6}xy$ mai mare este $2x^2 + 3y^2$. (3p)

A. F. () Soluția sistemului $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 1 \\ \sqrt{2}x + y = 3 \end{cases}$ este $(\sqrt{2}, -1)$. (3p)

A. F. () Într-un bazin de formă paralelipipedică cu dimensiunile 3 m, 4 m, 12 m cea mai mare distanță posibilă dintre doi peștișori este 12 m. (3p)

A. F. () Dacă două cercuri de raze 1 cm și 3 cm sunt tangente, atunci distanța centrelor este 4. (3p)

A. F. () Raportul dintre volumul unui cub și volumul unei piramide patrulater regulate cu aceeași înălțime și aceeași bază cu ale cubului este egal cu 3. (3p)

3. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți afirmații adevărate:

a) Reprezentarea grafică a funcției $f: \{-1, 0, 1\} \rightarrow R, f(x) = x + 1$ este (4p)

b) Funcția liniară al cărei grafic trece prin punctele $A(-1, 3)$ și $B(2, -1)$ este (4p)

c) Volumul unei cărămizi paralelipipedice cu dimensiunile 7 cm, 14 cm, 30 cm estedm³. (4p)

d) Dacă V este volumul de apă care intră într-un balon sferic de diametru 20 cm, atunci partea întreagă alui V este..... (4p)

La exercițiile 4-6, încercuiți răspunsul corect. Numai una din cele cinci variante de răspuns este corectă.

Descompuneți în factori trinomul $x^2 - 6x + 5$. (4p)

- A. $(x - 2)(x - 3)$ B. $(x + 2)(x + 3)$ C. $(x - 1)(x - 5)$ D. $(x + 1)(x - 5)$ E. $(x - 1)(x + 5)$

Aflați soluțiile întregi ale sistemului de inecuații: $3x \leq \frac{6x + 5}{3} < 3(x + 1)$. (4p)

- A. $[-1, 1]$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$ E. Alt răspuns

Calculați aria laterală a unui trunchi de con circular drept având înălțimea $2\sqrt{3}$, iar diametrele bazelor 4 și 6.

- A. 15π B. $20\sqrt{3}\pi$ C. 30π D. $15\sqrt{3}\pi$ E. 20π

La exercițiile 7 și 8, scrieți rezolvările complete.

Găsiți numerele reale care au media aritmetică 2 și media geometrică 1. (10p)

O piramidă patrulateră regulată are secțiunea diagonală un triunghi echilateral de latură $2\sqrt{7}$.

Calculați:

- aria laterală a piramidei; (4p)
- volumul piramidei; (3p)
- distanța minimă dintre două vârfuri opuse ale bazei, dacă deplasarea se face numai pe fețele laterale. (3p)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.

ISJ Vaslui

Varianta 14

1. Dacă apreciați că afirmația este adevărată încercuiți litera A. În caz contrar încercuiți litera F.

- A. F. (4p) Soluția ecuației $-3x+27=0$ este -9 .
- A. F. (4p) Punctul $A(-1, 5)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x+3$.
- A. F. (4p) Sistemul de ecuații $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x-y=-5 \end{cases}$ are soluția $(-1, 2)$.
- A. F. (4p) Conul circular drept cu aria totală $26\pi \text{ cm}^2$ și aria laterală $18\pi \text{ cm}^2$ are aria bazei $4\pi \text{ cm}^2$.
- A. F. (4p) O sferă cu volumul de $36\pi \text{ cm}^3$ are raza de 3 cm.

2. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți afirmații adevărate:

- a) (5p) Soluția sistemului $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-3y+5=0 \end{cases}$ are soluția $\begin{cases} x = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \end{cases}$
- b) (5p) Ecuația $(2-\sqrt{3})x = \sqrt{3}-2$ are soluția $x = \dots\dots\dots$
- c) (5p) Dacă un cub are aria totală de 216 cm^2 , atunci muchia cubului este de $\dots\dots\dots \text{ cm}$.
- d) (5p) Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x+a$. Dacă $A(a, 5a-10) \in G_f$ atunci $a = \dots\dots\dots$
- e) (5p) Diagonala unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 3 cm, 4 cm, 5 cm are lungimea de $\dots\dots\dots \text{ cm}$.
- f) (5p) Cilindrul circular drept are generatoarea de 8cm și aria secțiunii axiale de 48 cm^2 . Atunci aria totală este egală cu $\dots\dots\dots \text{ cm}^2$.

3. Scrieți rezolvările complete:

- a) (15p) Se dă ecuația $x^2 + 8(m+1)x + 16m^2 + 5m - 3 = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$. Pentru ce valori ale parametrului m, ecuația:
- 1) nu are soluții;
 - 2) are o singură soluție;
 - 3) are două soluții reale distincte?
- b) (15p) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$.
- 1) Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $M(-2, -4) \in G_f$;
 - 2) Pentru $a = 3$ reprezentați grafic funcția;
 - 3) Calculați sinusul unghiului determinat de graficul funcției cu axa Ox.
- c) (10p) Piramida patrulateră regulată VABCD cu înălțimea $VO = 12 \text{ cm}$ și latura bazei $AB = 10 \text{ cm}$, se secționează cu un plan paralel cu baza, dus la $\frac{2}{3}$ din înălțime față de vârf.
- 1) Calculați volumul piramidei;
 - 2) Calculați volumul trunchiului de piramidă.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 50 de minute.