

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ - 14.02.2009
CLASA a V-a

7p 1. Într-o familie de 4 persoane, suma vârstelor acestora este de 97 de ani. Băiatul s-a născut când tatăl avea 23 de ani, iar fata s-a născut când mama avea 22 de ani și fratele său 4 ani. Puteți găsi ce vârstă are fiecare acum ?

Prof. Mariana Drăghici, Reșița

7p 2. Să se găsească mulțimile A și B care au fiecare câte 3 elemente, numere naturale, știind că satisfac următoarele proprietăți :

a) $4 \in A \cap B$;
b) $x \in A \Rightarrow x^2 \in B$;
c) suma elementelor mulțimii B este triplul sumei elementelor mulțimii A .

Prof. Marius Șandru, Reșița

7p 3. Arătați că diferența dintre jumătatea lui 4^{57} și sfertul lui 16^{28} este divizibilă cu 14, iar suma dintre treimea lui 9^{45} și 27^{29} este divizibilă cu 10.

Prof. Emilia-Dana Schiha, Berzasca

7p 4. Considerăm mulțimea tuturor numerelor naturale care împărțite la 101 dau câtul egal cu restul. Arătați că dublul sumei elementelor acestei mulțimi se poate scrie ca produsul a trei numere naturale consecutive.

Prof. Vasile Chiș, Reșița.

NOTĂ:

- TIMP DE LUCRU 2 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ - 14.02.2009
CLASA a VI-a**

- 7p 1. Se consideră numerele $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2009}$ și
- $$B = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots + \frac{2008}{2009}.$$
- a) Arătați că $A + B$ este număr natural ;
b) Demonstrați că $1003 < B - A < 2006$.
- Prof. Delia și Adrian Dragomir, Caransebeș
- 7p 2. a) Arătați că numărul $n = (2^{90} + 2^{93} + 4^{46}) : (2^{91} + 2^{92} + 4^{45})$ este mai mic decât 4.
b) Stabiliți care dintre numerele $a = 2^{90}$ și $b = 3^{62}$ este mai mare .
- Prof. Adriana și Lucian Dragomir, Oțelu – Roșu
- 7p 3. Fie $m(\sphericalangle AOB) > 90^\circ$ și (OC o semidreaptă situată în interiorul unghiului AOB , iar $m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle AOC) = 180^\circ$.
- a) Arătați că bisectoarea (OX a unghiului $\sphericalangle BOC$ este perpendiculară pe dreapta OA .
b) Dacă $m(\sphericalangle AOB) = 5 \cdot m(\sphericalangle BOC)$, determinați măsurile unghiurilor AOB , AOC și XOY , unde (OY este bisectoarea unghiului AOC).
- Prof. Monica Moțco, Reșița.
- 7p 4. Pe latura $[OX$ a unghiului XOY cu măsura de 60° se consideră punctul P . Dacă punctele R și S sunt pe latura $[OY$ astfel ca $OR = 8 \text{ cm}$ iar $RS = 2 \text{ cm}$, atunci determinați perimetrul triunghiului OPS știind că el este echilateral. Realizați un desen corespunzător.

Prof. Irina Avrămescu, Reșița

NOTĂ:

- TIMP DE LUCRU 2 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ - 14.02.2009

CLASA a VII-a

- 7p 1. a) Arătați că nu există pătrate perfecte de forma $4k + 2$, oricare ar fi numărul natural k .
b) Arătați că numărul $x = \sqrt{8 \cdot 5^n + 11 \cdot 5^{n+1} + 5^{n+2}} + 6 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}$.
Prof. Irina Avrămescu, Reșița
- 7p 2. Fie $y^2 = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{48 \cdot 98} + \frac{1}{49 \cdot 100}$.
Calculați valoarea lui y .
Prof. Monica Moțco, Reșița.
- 7p 3. Considerăm triunghiul ABC și un punct M situat în interiorul triunghiului. Dacă E și F sunt simetricile punctului M în raport cu mijloacele segmentelor $[AB]$ și respectiv $[AC]$, arătați că M se află pe înălțimea din A a triunghiului ABC dacă și numai dacă segmentele $[CE]$ și $[BF]$ sunt congruente.
Prof. Vasile Chiș, Reșița
- 7p 4. Fie $ABCD$ un paralelogram în care $AD \perp BD$, $AD = 6\text{cm}$, M mijlocul lui (CD) , N mijlocul lui (AB) , $AM \cap BD = \{E\}$ și $CN \cap BD = \{F\}$. Dacă $EF = 6\text{ cm}$, aflați aria paralelogramului $ABCD$.
Prof. Mariana Drăghici, Reșița.

NOTĂ:

- TIMP DE LUCRU 3 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA LOCALĂ - 14.02.2009

CLASA a VIII-a

7p

1. Să se determine numerele întregi nenule a și b pentru care

$$\frac{a+1}{b} = \frac{b-1}{a} \text{ și } \frac{3}{a} + \frac{4}{b} = 2.$$

Prof. Ovidiu Bădescu, Reșița

7p

2. Fie numărul $a = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$, $x \in \mathbb{N}$.

a) Arătați că $a+1$ este pătrat perfect;

b) Arătați că, dacă $x = 5n, n \in \mathbb{N}$, atunci

$\sqrt{a+2009}$ este un număr irațional.

Prof. Mariana Drăghici, Reșița

7p

3. Fie cubul cu vârfurile A, L, G, E, B, R, I, C în care suma dintre lungimea unei muchii, a diagonalei unei fețe și a diagonalei cubului este $1 + \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}$. Arătați că distanța de la punctul A la planul BEL este mai mică decât $0,6$.

Prof. Irina Avrămescu, Reșița

7p

4. Triunghiul echilateral ABC și triunghiul dreptunghic isoscel DBC ($m(\angle D) = 90^\circ$), se află în plane diferite, măsura unghiului dintre ele fiind de 30° .

a) Dacă P este proiecția punctului D pe planul (ABC) și M este mijlocul lui $[BC]$, arătați că punctele M, A, P sunt coliniare.

b) Stabiliți poziția punctului P în raport cu $\triangle ABC$.

Prof. Vasile Chiș, Reșița

NOTĂ:

- TIMP DE LUCRU 3 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.