Colegiul Național Constantin Carabella
Târgoviște

Str. Pârvan Popescu 58, colegiucarabella@yahoo.com
Telefon / fax: 0245-210785 / 0245-217625

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Dâmbovița

www.freewebs.com/ssm_dambovita
ssm_dambovita@yahoo.com

Concursul de Matematică “Cezar Ivănescu”

Ediția a IX-a, Târgoviște, 15 Martie 2008

Clasa a VII-a

Subiectul 1. Fie mulțimile

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3n + 7 \; se \; divide \; cu \; 11\}, \qquad B = \{n \in \mathbb{N} \mid 7n + 3 \; se \; divide \; cu \; 11\}.$$

a) Demonstrați că $n \in A$ dacă și numai dacă $n + 6$ se divide cu 11.
b) Demonstrați că $n \in B$ dacă și numai dacă $n + 2$ se divide cu 11.
c) Demonstrați că $A \cap B = \emptyset$.

Călin Burdușel

Subiectul 2. Calculați suma

$$S_n = \left[\frac{a}{3}\right] + \left[\frac{a^2}{3}\right] + \cdots + \left[\frac{a^n}{3}\right],$$

unde a este un număr natural nedivizibil cu 3, iar $n \in \mathbb{N}^*$.
(prin $[x]$ am notat partea întreagă a lui x)

Călin Burdușel

Subiectul 3. Fie triunghiul oarecare ABC $(AB < AC)$, iar AL, AM bisectoarea, espective mediana din A $(L, M \in (BC))$. Paralelele din M și L la AC, espective AB, intersectează AL în D și AM în E. Demonstrați că:
a) $AD \perp DE$.
b) DE intersectează AC în F. Calculați AF în funcție de laturile triunghiului.
c) Deduceți că punctele B, D, E sunt coliniare.

Călin Burdușel

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10.
Timp de lucru: 2 ore și jumătate