Colegiul Național Constantin Carabella
Târgoviște

Str. Pârvan Popescu 58, colegiucarabella@yahoo.com
Telefon / fax: 0245-210785 / 0245-217625

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Dâmbovița

www.freewebs.com/ssm_dambovita
ssm_dambovita@yahoo.com

Concursul de Matematică "Cezar Ivănescu"

Ediția a IX-a, Târgoviște, 15 Martie 2008

Clasa a VIII-a

Subiectul 1. a) Fie triunghiul ABC de laturi a, b, c. Demonstrați că

$$\frac{(a+2b+3c)^2}{a^2+2b^2+3c^2}=6$$

dacă și numai dacă triunghiul este echilateral.
b) Fie poligonul de laturi $a_1, a_2, \dots, a_n$. Demonstrați că

$$\frac{(a_1+2a_2+\cdots+na_n)^2}{a_1^2+2a_2^2+\cdots+na_n^2}=\frac{n(n+1)}{2}$$

dacă și numai dacă poligonul are toate laturile egale.

Călin Burdușel

Subiectul 2. Dacă $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ sunt astfel încât

$$a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}+2d \geq \sqrt{10(a^2+b^2+c^2+d^2)},$$

arătați că $a^2+d^2=b^2+c^2$.

Călin Burdușel

Subiectul 3. Se dă tetraedrul $(ABCD)$ în care $m(\widehat{ABD})=m(\widehat{DBC})=30^0$, $AB=BC=2\sqrt{3}$ cm și triunghiul ADC este echilateral cu $DC=\sqrt{6}$ cm.
a) Demonstrați că $(ABD)\perp(BDC)$.
b) În cazul în care $m(\widehat{ADB})<90^0$, calculați $d(B,(ADC))$.

RMT

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10.
Timp de lucru: 2 ore și jumătate