

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală - Constanța, 24.01.2009
Clasa a-VIII-a

1. Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $(-\infty, a + 1) \cap (2a - 3, \infty)$ să conțină un singur număr întreg.

GMB

2. Arătați că dacă $\frac{a\sqrt{3}+b\sqrt{2}}{b\sqrt{3}+c\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}$ unde $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, atunci $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)(a - b + c)$.

GMB

3. Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are laturile $AD = AA' = a$ și $AB = 2a$. Punctul E este proiecția punctului A pe diagonală BD' .

Calculați:

- a) măsura unghiului diedru format de planele $(D'AB)$ și (BCD) ;
- b) aria triunghiului $AD'B$;
- c) lungimea segmentului $C'E$.

GMB

4. Pătratul $ABCD$ și dreptunghiul $ABEF$ sunt situate în plane diferite, $AF = 2 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$. Determinați poziția punctului $P \in (AB)$ astfel încât $FP + PC$ să fie minim și calculați valoarea acestui minim.

GMB

NOTA:

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.