

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)**

- 5p 1. Rezultatul calculului  $16 - 8 : 4 - 2$  este egal cu .....
- 5p 2. Dacă 60% dintr-un număr este egal cu 48, atunci trei sferturi din același număr este egal cu .....
- 5p 3. Cel mai mare număr din mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 60, x : 15\}$  este egal cu .....
- 5p 4. În triunghiul ABC,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $BD = 9$  cm,  $DC = 16$  cm.  
Lungimea catetei AB este egală cu .....cm.
- 5p 5. În **figura 1** este reprezentată piramida patrulateră regulată VABCD cu  $VA=AB$ .  
Măsura unghiului dintre dreptele VA și AC este egală cu .....°.
- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt date informații referitoare la numărul de păsări din mai multe ferme

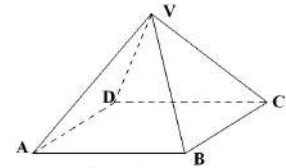


Figura 1

Nr. păsări	Ferma nr. 1	Ferma nr. 2	Ferma nr. 3	Ferma nr. 4	Ferma nr. 5
Numărul de găini	1500	1200	2000	1900	1600
Numărul de rațe	1000	1500	600	900	500

Conform tabelului, ferma cu cele mai multe păsări (în total) este ferma nr. ....

**SUBIECTUL al II-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)**

- 5p 1. Desenați pe foaia de examen paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D'.
- 5p 2. Aflați numărul natural  $\overline{ab}$  dacă  $\frac{\overline{ab} + 1}{\overline{ba} - 1} = 2$ .
- 5p 3. Un elev a cheltuit un sfert din suma S și încă 6 lei. Dacă i-au rămas 60% din S, aflați suma inițială de bani S.
4. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem ortogonal xOy.
- 5p b) Aflați distanța de la punctul P(-3;0) la dreapta ce reprezintă graficul funcției  $f(x)$ .
- 5p 5. Fie expresia  $E(x) = \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + 1 \right) \cdot \frac{(x-2)^2 - 4 \cdot (2-x)}{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$ .  
Arătați că pentru orice  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$ ,  $E(x) = 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)**

1. În **figura 2** este reprezentat pătratul ABCD cu  $AB = 18$  cm;  $E \in (BD)$ ,  $F \in (BD)$ , astfel încât  $BE=EF=FD$ .
- 5p a) Aflați aria triunghiului ABF.
- 5p b) Demonstrați că dreptele AF și CE sunt paralele.
- 5p c) O furnică se deplasează în linie dreaptă pe traseul  $C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$ .  
Să se arate că acest traseu este mai scurt decât traseul  $C \rightarrow B \rightarrow A$ .
2. În **figura 3** este reprezentat cubul ABCDEFGH cu  $AB = 8$  cm.
- 5p a) Să se arate că valoarea raportului  $\frac{A_t \cdot d}{V}$  este egală cu  $6\sqrt{3}$ .  
( $A_t$  = aria totală a cubului,  $d$  = diagonala cubului,  $V$  = volumul cubului)
- 5p b) Demonstrați că diagonala cubului CE este perpendiculară pe planul (GBD).
- 5p c) Arătați că distanța de la punctul E la planul (GBD) este mai mică decât 10 cm.

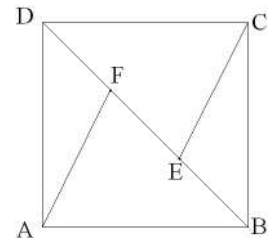


Figura 2

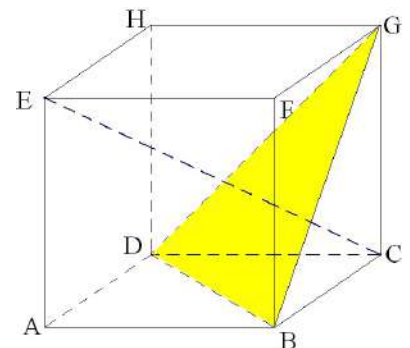


Figura 3

**TEST DE PREGĂTIRE PENTRU E. N.**  
**Probă scrisă la MATEMATICĂ**  
**clasa a VIII-a, 2018-2019**

VARIANTA 4.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Orice altă metodă de rezolvare care duce la o soluție corectă, este admisă.

**SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.****(30 puncte)**5p 1. Rezultatul calculului  $2^3 - 2 \cdot 3 + 4^0$  este egal cu .....

$$2^3 - 2 \cdot 3 + 4^0 = 8 - 6 + 1 = 3$$

5p 2. Dacă  $\frac{x}{2} = \frac{x+2}{3}$ , atunci  $x$  este egal cu .....

$$\frac{x}{2} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 4 \Rightarrow 3x - 2x = 4 \Rightarrow x = 4$$

5p 3. Numărul de numere naturale din intervalul de numere reale  $\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$  este egal cu ....În intervalul  $\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$  sunt numerele naturale: 1, 2, 3. Deci sunt trei numere naturale.5p 4. Dacă aria unui hexagon regulat este egală cu  $54\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>, atunci perimetrul lui este egal cu ...cm.

$$A = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{2 \cdot 54\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}} = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow P = 6l = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm.}$$

5p 5. În **figura 1** este reprezentat cubul ABCDEFGH; punctele M, N, P și Q sunt mijloacele muchiilor [CG], [BC], [BF] și respectiv [AB]. Măsura unghiului dintre dreptele MN și PQ este egală cu .....°. Fie R mijlocul lui [CD] $\Rightarrow MR \parallel PQ$ 

$$MN = MR = RN = \frac{AB\sqrt{2}}{2}$$

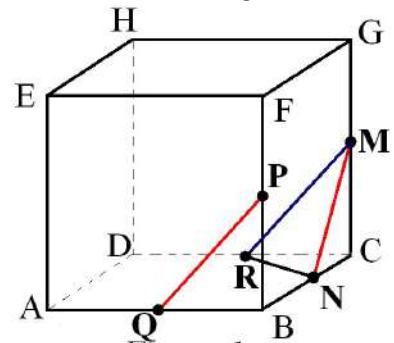
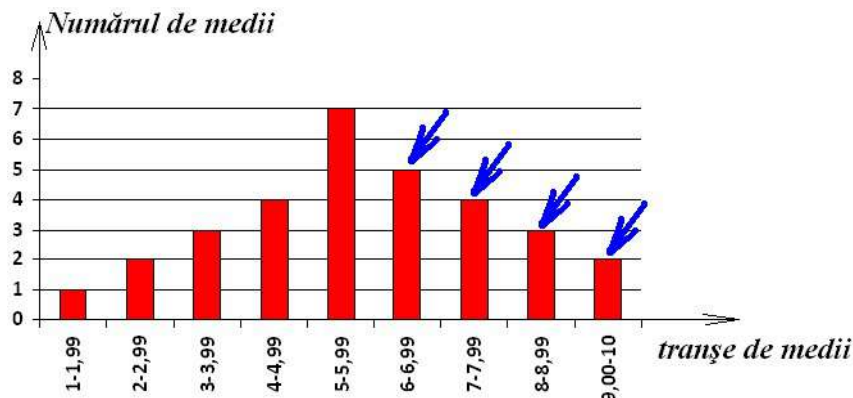
 $\Rightarrow \Delta MNR$  este echilateral $\Rightarrow$  unghiul dintre dreptele MN și MR este egal cu 60°.

Figura 1

5p 6. Graficul de mai jos reprezintă repartiția mediilor (notelor) obținute de matematică. Numărul de elevi care au obținut cel puțin nota 6 este egal cu....

$$N = 5 + 4 + 3 + 2 = 14.$$



**SUBIECTUL al II-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)**

5p 1. Desenați pe foaia de examen piramida patrulateră regulată VABCD cu baza pătratul ABCD.

Desen:

5p 2. Fie numerele  $a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$  și  $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ . Să se arate că  $\frac{b}{a} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ .

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}; \quad b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} &= \frac{5 + 2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} (5 + 2\sqrt{6}) \cdot \sqrt{6} = (5\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{6} = \\ &= \sqrt{18} + \sqrt{12} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

5p 3. Andrei a cheltuit o sumă de bani în trei zile astfel: luni a cheltuit o treime din cât a cheltuit marți și miercuri; marți a cheltuit 50% din cât a cheltuit luni și miercuri; miercuri a cheltuit cu 16 lei mai puțin decât a cheltuit luni și marți. Aflați cât a cheltuit Andrei în fiecare zi.

Notăm cu  $a$  = cât a cheltuit luni

$b$  = cât a cheltuit marți

$c$  = cât a cheltuit miercuri

$$3a = b + c$$

$$2b = a + c \Rightarrow \begin{cases} 3a = b + a + b - 16 \\ 2b = a + a + b - 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2b - 16 \\ 2a = b + 16 \end{cases} \Rightarrow 2b - 16 = b + 16 \Rightarrow b = 32 \text{ lei}$$

$$c = a + b - 16$$

$$2a = b + 16 \Rightarrow 2a = 32 + 16 \Rightarrow a = 24 \text{ lei}$$

$$c = a + b - 16 = 24 + 32 - 16 = 40 \text{ lei}$$

4. Fie funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x - 5$ .

5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem ortogonal  $xOy$ .

$$\text{Dacă } x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 - 5 = -1 \Rightarrow A(2, -1)$$

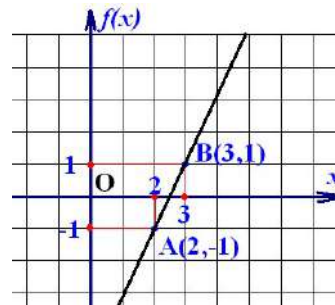
$$\text{Dacă } x = 3 \Rightarrow f(3) = 2 \cdot 3 - 5 = 1 \Rightarrow B(3, 1)$$

5p b) Rezolvați ecuația  $f(f(x)) = 1$ .

$$f(2x - 5) = 1$$

$$2(2x - 5) - 5 = 1$$

$$4x - 10 - 5 = 1 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4$$



5p 5. Fie  $E(x) = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) + \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 2x\left(x - \frac{1}{4}\right)$ . Arătați că  $E(x) = 0$ .

$$E(x) = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) + \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 2x\left(x - \frac{1}{4}\right) = x^2 - \frac{1}{16} + x^2 - 2x \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - 2x^2 + 2x \cdot \frac{1}{4} = 0$$

**SUBIECTUL al III-lea – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)**

1. În **figura 2** este reprezentat dreptunghiul ABCD cu AB=20 cm și BC=15 cm. DE⊥AC, BF⊥AC, E∈AC și F∈AC.

5p a) Arătați că aria dreptunghiului este egală 300 cm<sup>2</sup>.

$$A = L \cdot l = 20 \cdot 15 = 300 \text{ cm}^2.$$

5p b) Demonstrați că patrulaterul DEBF este un paralelogram.

$$DE \perp AC, BF \perp AC \Rightarrow DE \parallel BF$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BCA \Rightarrow DE = BF$$

Dacă DE = BF și DE∥BF ⇒ DEBF este un paralelogram.

5p c) Demonstrați că aria patrulaterului DEBF este egală cu 84 cm<sup>2</sup>.

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$$

$$DE = \frac{AD \cdot DC}{AC} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12$$

$$AE = \frac{AD^2}{AC} = \frac{225}{25} = 9 = FC \Rightarrow EF = AC - AE - FC = 25 - 9 - 9 = 7$$

$$A_{DEBF} = 2 \cdot A_{DEF} = 2 \cdot \frac{DE \cdot EF}{2} = 12 \cdot 7 = 84 \text{ cm}^2.$$

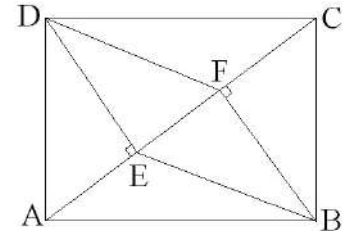


Figura 2

2. În **figura 3** este reprezentată prisma triunghiulară regulată ABCDEF cu AB = 18 cm și AD = 3√6 cm. Punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, MN∥AC, M,N∈AB respectiv BC și O∈MN.

5p a) Arătați că aria laterală a prisme este egală cu 162√6 cm<sup>2</sup>.

$$A_l = P_b \cdot h = (18 \cdot 3) \cdot 3\sqrt{6} = 162\sqrt{6} \text{ cm}^2.$$

5p b) Aflați distanța de la punctul A la planul (DFO).

$$A \in AC, AC \parallel DF \Rightarrow AC \parallel (DFO)$$

distanța de la punctul A la planul (DFO) este egală cu distanța de la P la planul (DFO)

distanța de la P la planul (DFO) este egală cu distanța de la P la dreapta OR.

$$RP = AD = 3\sqrt{6} \text{ cm}; PO = \frac{l\sqrt{3}}{6} = \frac{18\sqrt{3}}{6} = 3\sqrt{3}$$

$$RO = \sqrt{RP^2 + PO^2} = \sqrt{54 + 27} = \sqrt{81} = 9$$

$$\text{distanța de la P la dreapta OR} = \frac{PR \cdot PO}{RO} = \frac{3\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{3}}{9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm.}$$

5p c) Demonstrați că planele (DFO) și (EMN) sunt perpendiculare.

Muchia diedrului determinat de planele (DFO) și (EMN) este MN.

RP și EB sunt perpendiculare pe (ABC)

PO și BO sunt perpendiculare pe MN

⇒ EO și RO sunt perpendiculare pe MN ⇒ unghiul dintre planele (DFO) și (EMN) este ∠ROE.

$$EO = \sqrt{EB^2 + BO^2} = \sqrt{54 + 108} = \sqrt{162}$$

Dar RO<sup>2</sup> + OE<sup>2</sup> = RE<sup>2</sup> ⇔ 81 + 162 = (9√3)<sup>2</sup> ⇔ 243 = 81 · 3 ⇒ triunghiul ROE este dreptunghic în O (conform reciprocei t. Lui Pitagora)

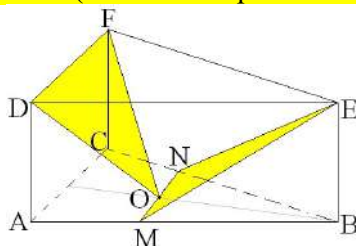


Figura 3

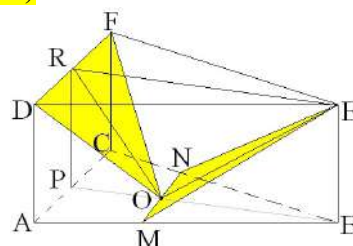


Figura 3