

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ EUCLID**  
**16 . 01 . 2010 Clasa a IV -a**  
**SOLUȚII**

**I**    1 c)   2 a)   3 b)   4 d)   5 b)

**II**    1) 30   2) 31   3) 72   4) 90   5) 9   6) 325   7)  $44+45+55+54=198$   
8) 117, 711, 171, deci 3 numere   9)  $100+99=199$    10) 310 sau orice alt exemplu corect

**III**    a)  $1+100=2+99=101$

b) 100

c) 51

d)  $S=1+2+\dots+99+100$ , de unde  $2S=(1+100)+(2+99)+\dots+(99+2)+(100+1)$ , adică  $2S=101 \times 100$ , deci  $S=5050$ .

e)  $T=1+2+\dots+79+80$ . Procedând analog ca la d), obținem  $T=3240$ .

f) **GRUPA 1**    19, 18, 17, 16, 15, 1, 2, 3, 4, 10

**GRUPA 2**    14, 13, 12, 11, 9, 8, 7, 6, 5, 20

g). Dacă s-ar putea aranja, în fiecare grupă de numere, suma acestora s-ar împărți exact la 3. Într-adevăr, dacă notăm cu  $S$  suma celor trei numere și cu  $2S$  suma celorlalte 7, suma celor 10 numere din grupă ar fi  $3S$ . În felul acesta am avea suma celor 100 de numere egală cu  $3S_1 + 3S_2 + \dots + 3S_{10}$  ( $S_1, S_2, S_{10}$  fiind suma numerelor din fiecare grupă). Deci suma celor 100 de numere ar fi  $3(S_1 + \dots + S_{10}) = 5050$ . Dar 5050 nu se împarte exact la 3, de unde rezultă că nu putem forma astfel de grupe

**IV**

a) În prima etapă se formează  $40 : 2 = 20$  grupe de elevi. În fiecare grupă, un elev va fi învins, deci vor rămâne turneul 20 de elevi în prima etapă.

b) În prima etapă se joacă 20 partide, iar în a doua se joacă 10. În total se joacă  $20+10=30$  partide.

c) În prima etapă se joacă 20 partide și rămân 20 de elevi. În a doua etapă se joacă 10 partide și rămân 10 elevi; în a treia etapă se joacă 5 partide și rămân 5 elevi; în a patra se joacă 2 partide și rămân 3 elevi. Aceștia trec în a cincea etapă, în care se joacă o singură partidă și rămân 2 elevi. În a șasea etapă se mai joacă o singură partidă și se termină concursul. Deci în total, concursul are 6 etape.

d) Folosind raționamentul de la punctul d), obținem că în total s-au jucat  $20+10+5+2+1+1=39$  de partide.

e) Pentru fiecare trecere în altă etapă, câștigătorul primește 10 lei, deci primește 60 de lei pentru că trece de ultima etapă. Sopotind și premiul, rezultă că primește 260 de lei.

f) Din prima etapă trec 20 de elevi deci  $20 \times 10 = 200$  lei. Din a doua, trec 10 elevi, deci  $10 \times 10 = 100$  lei. Din a treia trec 5, deci 50 lei; din a patra trec 3, deci 30 lei. Din a cincea trec 2, deci 20 lei. În a șasea etapă se decide câștigătorul, care primește un premiu de 200 lei. În total, sponsorizarea costă  $200 + 100 + 50 + 30 + 20+10+200 = 610$  lei.

g) Pentru ca învingătorul concursului să joace un singur meci, el ar trebui să joace numai ultimul meci, deci ar trebui să ajungă în etapa finală fără să joace. Ceea ce înseamnă că până în ultima etapă, numărul elevilor este mereu impar. Cu 33 elevi în prima etapă, avem 17 în a doua, 9 în a treia, 5 în a patra și 3 în a cincea și 2 în ultima. Deci 33 este un număr de jucători mai mare ca 20, pentru care este posibil ca un jucător să câștige turneul jucând o singură dată.