**CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ**
**EUCLID 24 . 10 . 2009**
***Clasa a VI –a SOLUȚII***

**SUBIECTUL I 1) a) 2) b) 3) c) 4) a) 5) c)**

**SUBIECTUL II 1)** 0 **2)** 5 *cm* **3)** $\frac{23}{32}$ **4)** 1 **5)** 8 **6)** 22 **7)** 1 **8)** $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$ deci 3 fracții **9)** 3 **10)** 270, 275

**SUBIECTUL III**

**a)** $1=2^0 \in A, 2=2^1 \in A, 4=2^2 \in A, 8=2^3 \in A$.

**b)** Presupunem că $3 \in A \Rightarrow \exists i \in \mathbf{N}$ astfel încât $2^1=3$. Pentru $i=0 \Rightarrow 1=3$ fals. Atunci $\exists i \in N, i \neq 0$ cu $2^i=3 \Rightarrow 2 \mid 3$ fals. Analog $6 \notin A$.

**c)** $3=1+2 \in B$; $5=1+4 \in B$.

**d)** Dacă $n \in B \Rightarrow n = x_1 + x_2 + ... + x_k$ unde $\{x_1, x_2, ....x_k\} \subset A$ atunci $2n = 2x_1 + 2x_2 + ... + 2x_k$ şi deoarece $\{2x_1, 2x_2, ...., 2x_k\} \subset A$, rezultă $2n \in A$.

**e)** $A \cap \{1,2,3,....,20\} = \{1,2,4,8,16\}$ are 5 elemente.

**f)** Mulțimea $B$ conține numerele 1, 2+1, $2^2+1$, ....,$2^{2008}+1$, care sunt toate impare, deci conține cel puțin 2009 numere impare.

**g)** Fie $1023=1024-1=2^{10}-1=2^{9+1}-1= =1+2+2^2+\ldots+2^9 \in B$.

**SUBIECTUL IV**

**a)** 4=2·2, 2 număr prim, deci $4 \in A$. Unica descompunere în produs de 2 factori a lui 5, abstracție făcând de ordinea factorilor, este 5 = 1·5, dar 1 nu este număr prim, deci $5 \notin A$.

**b)** 33 = 3·11, 34 = 2·17, 35 =5·7, iar 3, 11, 2, 17, 5, 7 sunt numere prime, deci $33 \in A$, $34 \in A$, $35 \in A$. Descompunerile posibile în produs de 2 factori, abstracție făcând de ordinea factorilor ale numărului 36 sunt 1·36, 2·18, 3·12, 4·9, 6·6, dar în fiecare descompunere cel puțin unul dintre factori nu este număr prim, deci $36 \notin A$.

**c)** Elementele care fac parte din intersecție sunt 4, 6, 9, 10, 14, 15, în număr de 6.

**d)** Dacă $n$ se divide cu 4 şi $n = p·q$, atunci $p$ se divide cu 4 sau $q$ se divide cu 4 sau ambele numere se divid cu 2. Primele 2 cazuri nu sunt posibile deoarece $p$ şi $q$ sunt numere prime, rămâne deci ca ambele să se dividă cu 2, dar singurul număr par prim este 2, deci $p$ = 2 şi $q$ = 2, de unde $n$= 4.

**e)** Fie 4 numere naturale consecutive: $a$, $a$+1, $a$+2, $a$+3. Avem 4 cazuri posibile, în funcție de restul împărțirii numărului $a$ la 4. Dacă restul este 0 obținem rezultatul cerut. Dacă restul este 1, $a = 4c + 1$ şi atunci $a$+3 este divizibil cu 4. Dacă restul este 2, $a = 4c + 2$ şi atunci $a$+2 este divizibil cu 4. Dacă restul este 3, $a = 4c + 3$ şi atunci $a$+1 este divizibil cu 4.

**f)** $p_1^2, p_2^2, ..., p_{2009}^2$ sunt elemente ale lui $A$, unde $p_1, p_2, ..., p_{2009}$ sunt numere prime diferite, deci în mulțime se află cel puțin 2009 elemente;

**g)** Conform punctului **e)**, dacă ar conține 4 numere naturale consecutive, cel puțin unul din ele ar fi divizibil cu 4, dar conform punctului **d)** atunci acest element trebuie să fie 4 şi deoarece nici 3, nici 5 nu sunt elemente din mulțime, obținem concluzia.