EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 17

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $28:4-2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{a+6}{6}=\frac{4}{3}$, atunci a este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-2,10]$ este egal cu … .

5p **4.** Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 24cm. Lungimea unei laturi a acestui triunghi este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și BC are măsura de …°.

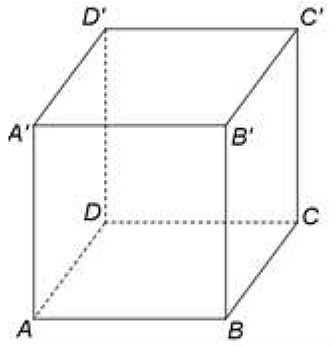

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-2	0	m
$y=x+2$	0	2	5

Conform informațiilor din tabel, numărul real m este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul $a=4^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}$ este pătratul unui număr natural.

5p **3.** Bianca a plecat în excursie cu o sumă de bani. A plătit 40% din sumă pentru cazare și trei cincimi din rest pentru biletele la obiectivele turistice. Știind că i-au rămas 96 de lei, determinați suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie.

4. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{3^2+4^2}\cdot\sqrt{3^2\cdot 4^2}$ și $y=\left(\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{27}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $x=60$.

5p **b)** Determinați numărul real z, știind că media aritmetică a numerelor x, y și z este egală cu 30.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(4x-5)^2-2\left(8x^2-30x+25\right)+(2x-5)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$ şi $AD = 6\,\text{cm}$. Punctele M, N, P şi Q sunt situate pe laturile AB, BC, CD și, respectiv DA, astfel încât $BM = PD$ şi $AQ = NC$, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

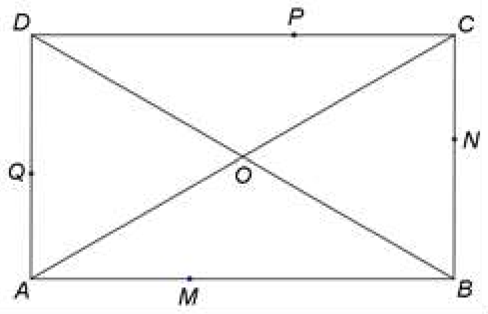

Figura 2

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul AOD este echilateral.

5p **c)** Demonstrați că dreptele MP, NQ și BD sunt concurente.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 12\,\text{cm}$, $BC = 6\,\text{cm}$ și $AA' = 8\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

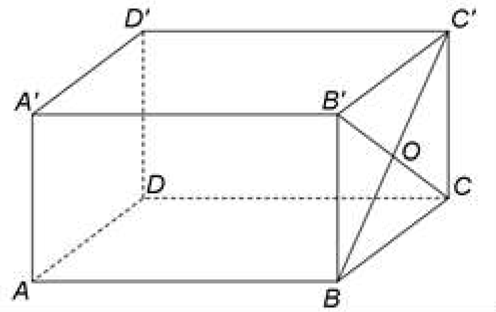

Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $36\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați distanța de la punctul O la dreapta AA'.

5p **c)** Demonstrați că dreapta $C'M$ este paralelă cu planul $(AA'O)$, unde M este mijlocul segmentului $A'D'$.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 17**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	2	**5p**
3.	-1	**5p**
4.	8	**5p**
5.	45	**5p**
6.	3	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul	**4p**
	Notează paralelogramul $ABCD$	**1p**
2.	$a=\left(2^2\right)^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n+4}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n}\left(2^4+1-2^3\right)=$	**3p**
	$=2^{2n}\cdot 9=2^{2n}\cdot 3^2=\left(2^n\cdot 3\right)^2$, pentru orice număr natural n	**2p**
3.	$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{3}{5}\cdot\left(x-\frac{40}{100}\cdot x\right)+96=x$, unde x este suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie	**3p**
	$x=400$ de lei	**2p**
4.	**a)** $x=\sqrt{9+16}\cdot 3\cdot 4=$	**3p**
	$=\sqrt{25}\cdot 12=60$	**2p**
	b) $y=\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3$	**3p**
	$\frac{x+y+z}{3}=30$, deci $60+3+z=90$, de unde obținem $z=27$	**2p**
5.	$E(x)=16x^2-40x+25-16x^2+60x-50+4x^2-20x+25=4x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $E(-x)=4(-x)^2=4x^2$, pentru orice număr real x, obținem $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot AD=$	**3p**
	$=6\sqrt{3}\cdot 6=36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) ΔABC este dreptunghic în A, deci $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{108+36}=12\,\text{cm}$	**2p**
	$ABCD$ este dreptunghi, deci $AC=BD$ și, cum $\{O\}=AC\cap BD$, obținem $AO=OD=6\,\text{cm}$, deci $AD=AO=OD\Rightarrow\Delta AOD$ este echilateral	**3p**
	c) $BM=PD$ și $BM\parallel PD\Rightarrow BPDM$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului BD, obținem $O\in MP$	**2p**
	$AQ=NC$ și $AQ\parallel NC\Rightarrow ANCQ$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului AC, obținem $O\in NQ$, deci dreptele MP, NQ și BD sunt concurente	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**2p**
	$=2\cdot 18=36\,\text{cm}$	**3p**
	b) $AB\perp(BCC')\Rightarrow AB\perp BO\Rightarrow AO=\sqrt{AB^2+BO^2}$ și, cum $BC'=10\,\text{cm}$, obținem $AO=13\,\text{cm}$ și $A'B'\perp(BCC')\Rightarrow A'B'\perp B'O\Rightarrow A'O=\sqrt{A'B'^2+B'O^2}$ și, cum $B'O=5\,\text{cm}\Rightarrow A'O=13\,\text{cm}$	**2p**
	$\Delta AOA'$ este isoscel $\Rightarrow ON\perp AA'$, unde N este mijlocul segmentului AA', de unde obținem $d(O,AA')=ON=\sqrt{AO^2-AN^2}=\sqrt{169-16}=3\sqrt{17}\,\text{cm}$	**3p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta A'AD'$, deci $MN\parallel AD'$, $MN=\frac{AD'}{2}$ și, cum $AD'\parallel BC'$, $AD'=BC'$, obținem $MN\parallel C'O$ și $MN=C'O$, deci $MNOC'$ este paralelogram	**3p**
	$C'M\parallel ON$ și $ON\subset(AA'O)$, deci $C'M\parallel(AA'O)$	**2p**