EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 19

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $2^2 \cdot 4 - 16$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Prețul unei cărți este 30 de lei. După o ieftinire cu 10%, prețul cărții va fi ... de lei.

5p **3.** Dacă n este singurul număr natural din intervalul $(5, n]$, atunci n este egal cu $\dots$.

5p **4.** Triunghiul echilateral MNP are $MN = 10\,\text{cm}$. Perimetrul triunghiului MNP este egal cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful B este egală cu $15\,\text{cm}$. Lungimea muchiei AB este egală cu $\dots$ cm.

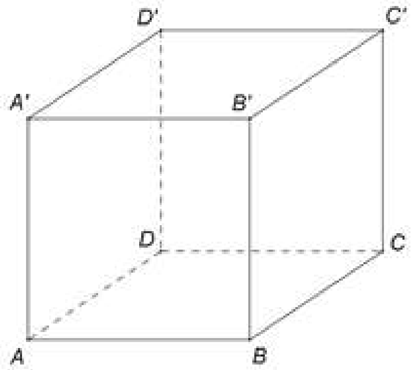
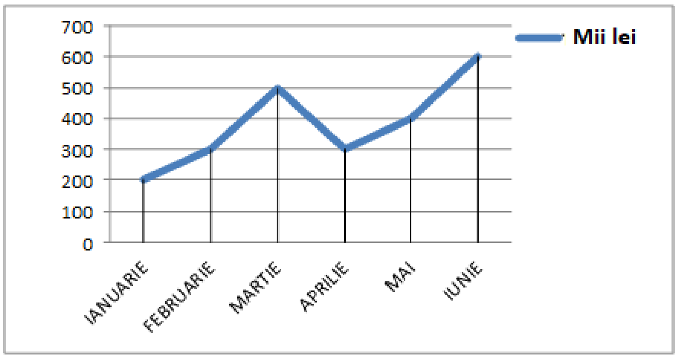


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, suma încasărilor din primele două luni ale anului este egală cu $\dots$ mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră $VABCD$, cu vârful în V.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul natural $N = 5 \cdot 7^n - 3 \cdot 7^{n+1} + 7^{n+2}$ este divizibil cu 11.

5p **3.** Dacă dintr-un număr real x scădem, pe rând, numerele 3, 10 și respectiv 11, obținem trei numere a căror sumă este egală cu x. Determinați numărul real x.

4. Se consideră $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \,\middle|\, 2(x-4) - 2(1-x) \le \left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right) \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, |x| < 2\left(3-\sqrt{12}\right) - \left(2-\sqrt{48}\right) \right\}$.

5p **a)** Arătați că $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

5p **b)** Determinați suma elementelor mulțimii $A \cap B$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x,y)=(x-4)(x-2)+(y-1)(y-3)+3$, unde x și y sunt numere reale. Demonstrați că $E(x,y)\geq 1$, pentru orice numere reale x și y.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=6$ cm. Punctele E, F, G și H sunt situate pe laturile AB, BC, CD, respectiv DA, astfel încât $AE=BF=CG=DH$.

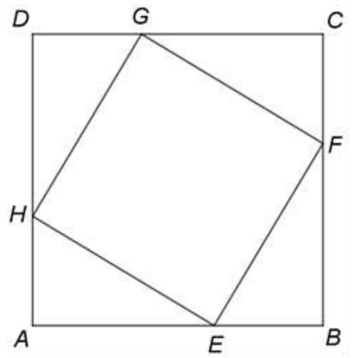


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreptele EG și HF sunt perpendiculare.

5p **c)** Calculați măsura unghiului BMF, unde M este punctul de intersecție a dreptelor AF și BG.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=8$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC și dreapta AD este perpendiculară pe planul (BDC), $AD=4\sqrt{2}$ cm.

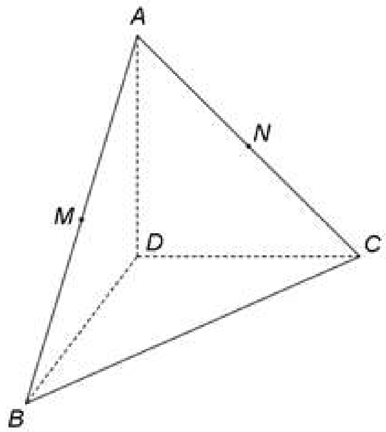


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $16\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul DMN este echilateral.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta CM și planul (ABD).

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 19

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	27	**5p**
3.	6	**5p**
4.	30	**5p**
5.	5	**5p**
6.	500	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră	**4p**
	Notează piramida patrulateră $VABCD$, cu vârful în V	**1p**
2.	$N=7^n\left(5\cdot 1-3\cdot 7+7^2\right)=$	**3p**
	$=7^n\cdot 33$, care este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n	**2p**
3.	$(x-3)+(x-10)+(x-11)=x$	**3p**
	$x=12$	**2p**
4.	**a)** $2(x-4)-2(1-x)\le\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)\Rightarrow 2x-8-2+2x\le 3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow 4x-10\le 6$	**3p**
	$x\le 4$ și, cum x este număr natural, obținem $A=\{0,1,2,3,4\}$	**2p**
	b) $\lvert x\rvert<2\left(3-2\sqrt{3}\right)-\left(2-4\sqrt{3}\right)\Rightarrow\lvert x\rvert<6-4\sqrt{3}-2+4\sqrt{3}\Rightarrow\lvert x\rvert<4$ și $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow B=\{-3,-2,\dots,3\}$	**3p**
	$A\cap B=\{0,1,2,3\}$, deci suma elementelor mulțimii $A\cap B$ este $0+1+2+3=6$	**2p**
5.	$E(x,y)=x^2-6x+8+y^2-4y+3+3=x^2-6x+9+y^2-4y+4+1=(x-3)^2+(y-2)^2+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	Pentru orice numere reale x și y, $(x-3)^2\ge 0$ și $(y-2)^2\ge 0$, deci $E(x,y)\ge 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**2p**
	$=6^2=36\,\text{cm}^2$	**3p**
	b) $AE=BF$, $AH=BE$ și $m(\sphericalangle HAE)=m(\sphericalangle EBF)=90^\circ\Rightarrow\Delta AEH\equiv\Delta BFE$, deci $EH=FE$; $BF=CG$, $BE=CF$ și $m(\sphericalangle EBF)=m(\sphericalangle FCG)=90^\circ\Rightarrow\Delta BFE\equiv\Delta CGF$, deci $FE=GF$	**2p**
	$CG=DH$, $CF=DG$ și $m(\sphericalangle FCG)=m(\sphericalangle GDH)=90^\circ\Rightarrow\Delta CGF\equiv\Delta DHG$, deci $GF=HG$; obținem $EH=FE=GF=HG$, deci $EFGH$ este romb $\Rightarrow EG\perp HF$	**3p**
	c) $AB=BC$, $BF=CG$ și $m(\sphericalangle ABF)=m(\sphericalangle BCG)=90^\circ\Rightarrow\Delta ABF\equiv\Delta BCG$	**2p**
	$m(\sphericalangle CBG)+m(\sphericalangle CGB)=90^\circ$ și $\sphericalangle AFB\equiv\sphericalangle BGC$, deci $m(\sphericalangle CBG)+m(\sphericalangle AFB)=90^\circ$, de unde obținem $m(\sphericalangle BMF)=180^\circ-\left(m(\sphericalangle FBM)+m(\sphericalangle MFB)\right)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\dfrac{64\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD\perp(BCD)$ și $DB, DC\subset(BCD)\Rightarrow AD\perp DB$ și $AD\perp DC$, deci DM este mediană în triunghiul dreptunghic ADB și DN este mediană în triunghiul dreptunghic ADC, de unde obținem $DM=\dfrac{AB}{2}=4\,\text{cm}$ și $DN=\dfrac{AC}{2}=4\,\text{cm}$	**2p**
	MN linie mijlocie în ΔABC, deci $MN=\dfrac{BC}{2}=4\,\text{cm}$, de unde obținem $DM=DN=MN$, deci ΔDMN este echilateral	**3p**
	c) ΔADB dreptunghic în D, deci $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$ și ΔADC dreptunghic în D, deci $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=4\sqrt{2}\,\text{cm}\Rightarrow BD^2+DC^2=BC^2$, deci ΔBDC dreptunghic în D	**2p**
	$CD\perp DA$, $CD\perp DB$ și $DA\cap DB=\{D\}\Rightarrow CD\perp(ABD)\Rightarrow\sphericalangle(CM,(ABD))=\sphericalangle CMD$ și, cum ΔCDM este dreptunghic în D și $CM=4\sqrt{3}\,\text{cm}$, obținem $\sin(\sphericalangle CMD)=\dfrac{CD}{CM}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	**3p**