

CLASA a III-a

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (35 puncte) La exercițiile 1-7 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 5p** 1. În scăderea: $21 - 7 = 14$, numărul 7 este:
A. scăzător B. descăzut C. factor D. diferență
- 5p** 2. Care este numărul care s-a obținut prin înmulțirea a doi factori egali?
A. 24 B. 49 C. 20 D. 32
- 5p** 3. La care dintre înmulțirile date se obține produsul cel mai mare?
A. 8×6 B. 10×4 C. 7×8 D. 5×9
- 5p** 4. Ce număr lipsește?
14; 2; 7 48; 6; 8 10; 5; 2 36; 9; ...
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 5p** 5. La ce exercițiu se obține rezultatul 8?
A. $9 + 9 : 9$ B. $9 \times 9 - 9$ C. $9 \times 9 \times 9$ D. $9 - 9 : 9$
- 5p** 6. Numărul care nu se regăsește în tabla înmulțirii cu 7 este:
A. 54 B. 42 C. 63 D. 56
- 5p** 7. Pe o alee sunt plantați plop, la o distanță de 4 m unul față de celălalt.
Ce distanță se află între primul și al zecelea plop?
A. 10m B. 36m C. 40m D. 44m

II. (35 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 5p** 1. Dacă $42 : a = 7$, atunci a este egal cu numărul
- 5p** 2. Mihai a mâncat 6 bomboane, reprezentând jumătate din numărul bomboanelor aflate în cutie. În cutie a fost un număr de bomboane egal cu numărul
- 5p** 3. Efectuând $8 : 2 \times 2$, obținem un rezultat egal cu numărul
- 5p** 4. Suma primelor trei numere mai mari decât 287 este egală cu numărul
- 5p** 5. Produsul cifrelor numărului 830 este egal cu numărul
- 5p** 6. Dacă din 2 sticle de aceeași capacitate putem umple 10 pahare cu suc, din 6 sticle de același fel putem umple un număr de ... pahare.
- 5p** 7. Într-un parc sunt cel mult 11 băieți, iar numărul fetelor este mai mic decât 11.
Cel mai mare număr posibil de copii din parc este

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

- 4p** 1. Dacă $a + 3 = 2 \times b = c : 5 = 8$, aflați suma numerelor a , b și c .
- 6p** 2. Pentru cele 5 creioane pe care și le-a cumpărat, Vlad a plătit cu 9 lei mai mult decât suma plătită de Bianca pentru 2 creioane de același fel. Câți lei a cheltuit Vlad, știind că a mai cumpărat și o carte de 18 lei.
- 6p** 3. Suma a patru numere naturale este 67.
Dacă din fiecare se scade același număr, se obțin numerele: 9, 3, 11, 12. Aflați cele patru numere.
- 4p** 4. Completați căsuțele de mai jos cu numere, astfel încât produsul numerelor din oricare trei căsuțe alăturate să fie 30.

3							2		
---	--	--	--	--	--	--	---	--	--

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (35 puncte) La exercițiile 1-7 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 5p 1. Scris cu cifre romane numărul 2009 este:
 A. MCMIX B. MMXI C. MMIX D. MMXII
- 5p 2. Într-o operație de scădere, diferența este egală cu 3897, iar descăzutul este 9105. Cât este scăzătorul?
 A. 5208 B. 5298 C. 13002 D. 6208
- 5p 3. Fie trei numere naturale consecutive impare. Dacă al doilea număr este 2987, atunci valoarea sumei celor trei numere este egală cu numărul:
 A. 5976 B. 8961 C. 7961 D. 8965
- 5p 4. Un număr natural a fost împărțit la 6, obținându-se un cât și un rest. Valoarea restului poate să fie:
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- 5p 5. Dacă $a : 25 = 37$ rest 13, atunci numărul a este:
 A. 1912 B. 838 C. 925 D. 938
- 5p 6. Efectuând produsul dintre succesorul și predecesorul numărului 100, obținem numărul:
 A. 9900 B. 999 C. 10100 D. 9999
- 5p 7. Dacă 294 este cu 38 mai mare decât jumătatea numărului a , atunci numărul a este:
 A. 332 B. 256 C. 512 D. 664

II. (35 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 5p 1. Rezultatul exercițiului: $2009 - 2009 : [28 \times 100 - (1684 + 1109)]$ este egal cu numărul ...
- 5p 2. Fie numărul \overline{abc} . Cifra sutelor este dublul cifrei unităților, care este triplul cifrei zecilor. Numărul \overline{abc} poate să fie ...
- 5p 3. Folosind cifrele romane L, X, C cel puțin o dată, se poate scrie numărul
- 5p 4. 6 saci cu făină cântăresc cu 80 kg mai mult decât 4 saci cu făină de același fel. Un sac cu făină cântărește ...
- 5p 5. Cel mai mic număr natural de patru cifre care are prima cifră egală cu ultima și suma cifrelor egală cu 16 este numărul ...
- 5p 6. Valoarea numărului a din împărțirea $78 : a = 5$ rest 3 este ...
- 5p 7. În egalitatea $3 + 3 + 3 + \dots + 3 = 207$ se folosește un număr de ... semne +.

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

- 4p 1. Dacă suma dintre numerele a și b este 90, iar suma dintre a și un sfert din b este 75, aflați numărul a .
- 3p 2. Dacă $a \times (b + 1) = 3$ și $(c + 2) \times a = 5$, aflați numărul \overline{abc} .
- 6p 3. Suma a două numere este 2009. După ce se scade din unul 99, diferența dintre numere devine 700. Care sunt numerele?
- 7p 4. Trei echipe au săpat un șanț. Ultimele două echipe au săpat împreună trei sferturi din lungimea șanțului, iar prima echipă a săpat cu 160 m mai puțin decât celelalte două echipe la un loc. Știind că ultima echipă a săpat cu 42 m mai mult decât dublul lungimii șanțului săpat de a două echipă, aflați:
 a) lungimea totală a șanțului;
 b) câți metri de șanț a săpat fiecare echipă;

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuțiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4p 1. Rezultatul calculului $2 \cdot \{2 + 2 \cdot [2 + 2 \cdot (2 + 2 \cdot 2)]\}$ este egal cu:
- 4p 2. Rezultatul calculului $2009^0 + 0^{2009} + 2009^1 + 1^{2009}$ este:
- 4p 3. Prin simplificare numărul $t = \frac{10^5 + 2 \cdot 10^4 + 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 10^1 + 2 \cdot 10^0}{2 \cdot 10^5 + 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 10^0}$ devine egal cu:
- 4p 4. Fie mulțimea $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 11 \leq x < 30\}$. Numărul elementelor mulțimii A este egal cu:
- 4p 5. Fie mulțimea $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 6c + 4, c \in \mathbb{N} \text{ și } x < 129\}$. Numărul elementelor mulțimii B este egal cu:
- 4p 6. Suma vârstelor a doi frați este 31 de ani. Suma vârstelor celor doi frați va fi 39 de ani peste:
- 4p 7. Ultima cifră a numărului $k = 3^{2009} \cdot (3^{2009} - 2) \cdot (3^{2009} - 4) \cdot (3^{2009} - 6) \cdot (3^{2009} - 8)$ este:
- 4p 8. $a^2(b+7) = 24$, unde a și b sunt numere naturale. Produsul $a \cdot b$ este egal cu:
- 4p 9. Numerele $a = \overline{28**}$, $b = \overline{2*8*}$, $c = \overline{**02}$, $d = \overline{**28}$ sunt naturale de patru cifre diferite. Știind că fiecare este format din cifre diferite din mulțimea $\{0, 2, 6, 8\}$, atunci:
- A. $a < c < b < d$ B. $c < b < d < a$ C. $b < a < d < c$ D. $d < a < b < c$
- 4p 10. În mulțimea $P = \{x^6 \mid x \in \mathbb{N}\}$ se află numărul:
- A. 1000 B. 18 C. 243 D. 64

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 3p 1. a) Numărul divizorilor naturali ai lui 30 este egal cu
- 3p b) Numărul multiplilor naturali ai lui 7, mai mici decât 40, este egal cu
2. Se consideră mulțimile $A = \{3; 0; 2\}$ și $B = \{2; 3; 1\}$
- 3p a) Mulțimea $C = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$ este egală cu
- 3p b) Mulțimea $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$ este egală cu
- 3p 3. a) Sfertul numărului 2^{12} este egal cu
- 3p b) Împărțim numărul natural n la un număr natural mai mic decât 45 și obținem câtul 20 și restul 43. Numărul natural n este egal cu
- 3p 4. a) Media aritmetică a două numere naturale impare consecutive este egală cu 112.
Cel mai mic dintre cele două numere este egal cu
- 3p b) La sărbătorirea zilei onomastice a unui copil au venit 14 colegi. La desert, gazda oferă copiilor banane și mandarine, în total 52 de fructe. Fiecare copil a mâncat câte 4 mandarine sau câte 3 banane. Astfel, toate fructele au fost consumate.
Numărul copiilor care au mâncat numai mandarine este egal cu
5. Se dau următoarele secvențe:
- prima: 1, 3, 5, ..., 2005, 2007, 2009
- ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
- a doua: 2009, 2007, 2005, ..., 5, 3, 1
- 3p a) Numărul termenilor fiecărei secvențe este egal cu
- 3p b) Numărul din prima secvență căruia îi corespunde numărul 1009 din a doua secvență este egal cu

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

1. Pentru $a \in \mathbb{N}$, $a \geq 3$, se consideră mulțimea $M_a = \{a; 4a; a+2; 3a+2\}$.
- 3p a) Determinați mulțimea M_3 .
- 4p b) Determinați numărul a , știind că suma elementelor din M_a este egală cu 85.
- 3p c) Arătați că, pentru orice $a \geq 3$, $M_a \cap M_{3a} \neq \emptyset$.
2. Se consideră numerele $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26$ și $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 23 \cdot 24$.
- 3p a) Determinați câtul împărțirii numărului a la numărul b .
- 4p b) Arătați că numărul $a+b$ se divide cu 651.
- 3p c) Arătați că numerele a și b dau același rest la împărțirea cu 59.

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4p 1. Rezultatul calculului $\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ este egal cu:
- 4p 2. Cel mai mic număr de 4 cifre diferite divizibil cu 9 este:
- 4p 3. Rezultatul calculului $14,3:1,3$ este egal cu:
- 4p 4. Media aritmetică a numerelor a, b, c este 16. Media aritmetică a numerelor $a+b+2, a+c+6$ și $b+c-2$ este egală cu:
- 4p 5. Soluția ecuației $\frac{1}{5^2} \cdot \left(\frac{3}{5^3} - \frac{1}{5^5} \cdot x \right) - \frac{1}{5^5} = 0$ este egală cu:
- 4p 6. Fie x un număr natural, $x > 1$. Dacă fracția $\frac{x}{6}$ nu se mai poate simplifica, atunci fracția $\frac{5 \cdot x}{24}$ este:
 A. echiunitară B. subunitară C. supraunitară D. echivalentă cu fracția $\frac{5}{30}$
- 4p 7. Complementul unghiului ABC este de 10° . Măsura unghiului ABC este egală cu:
- 4p 8. 15 unghiuri congruente sunt formate în jurul unui punct. Măsura unui unghi este egală cu:
- 4p 9. Două unghiuri adiacente au măsurile de 80° și respectiv 20° . Calculând măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri adiacente, se obține:
- 4p 10. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C astfel încât $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm și $BC = 11$ cm. Ordinea punctelor pe dreaptă este:

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 3p 1. a) Frația $\frac{64}{2x+34}$ este echiunitară. Numărul natural x este egal cu
- 3p b) Dintre numerele raționale $\frac{1 \cdot 12}{24}, \frac{2 \cdot 12}{24}, \frac{3 \cdot 12}{24}, \frac{4 \cdot 12}{24}, \dots, \frac{72 \cdot 12}{24}$ cele care aparțin mulțimii numerelor naturale sunt în număr de
- 3p 2. a) Valoarea numărului $t = (\overline{aa3} + \overline{5a} + 2) : (\overline{a5a} + \overline{a5})$, este egală cu
- 3p b) Dacă $\frac{1}{0,(0a)} + \frac{1}{0,0(0a)} \in \mathbb{N}$, atunci $a \in \{ \dots \}$. (Numerele sunt scrise în baza zece, iar $a \neq 0$.)
- 3p 3. a) Suma a două numere raționale este 0,1, iar produsul lor este $-0,7$. Suma inverselor celor două numere este egală cu
- 3p b) Suma a două numere naturale este 90, iar cel mai mare divizor comun al lor este 15. Produsul celor două numere este egal cu
- 3p 4. a) Un triunghi echilateral MNP are perimetrul 45 cm. Lungimea laturii MN este egală cu
- 3p b) Două drepte se intersectează formând patru unghiuri. Suma a două dintre unghiuri este 100° . Cel mai mare dintre cele patru unghiuri are măsura egală cu
- 3p 5. a) În figura 1 punctele A, O, B sunt coliniare, $m(\sphericalangle MON) = 98^\circ$, $[OD]$ este bisectoarea unghiului AON și $[OE]$ este bisectoarea unghiului MOB . Măsura unghiului DOE este egală cu
- 3p b) În figura 2 se află un număr de ... triunghiuri.

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

- 6p 1. Calculați cea mai mică sumă a 77 de numere naturale consecutive care este divizibilă cu 66.
- 6p 2. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq a, \text{ unde } a \text{ este număr natural}\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \text{ este divizibil cu } 3\}$. Determinați $a \in \mathbb{N}$ știind că mulțimea $A \cap B$ are 40 de elemente.
- 6p 3. Triunghiul ABC este oarecare. În exteriorul lui se construiește triunghiul echilateral NAC . Se construiește triunghiul echilateral MBC astfel încât punctele A și M să fie de aceeași parte a dreptei BC . Arătați că $[AB] \equiv [MN]$.
- 2p Realizați un desen conform cu enunțul problemei.

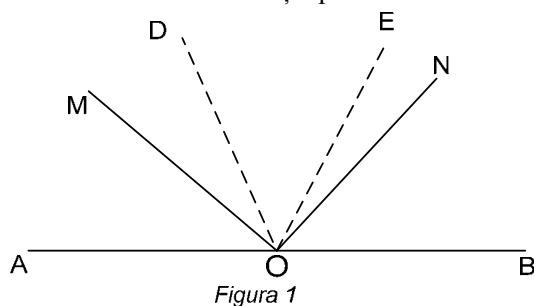


Figura 1

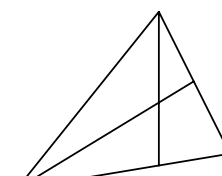


Figura 2

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuțiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4p 1. Frația ireductibilă care reprezintă numărul rațional 1,5 este
- 4p 2. Se dă patrulaterul $ABCD$ în care $m(\sphericalangle A) = 54^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 99^\circ$. Atunci $m(\sphericalangle D) =$
- 4p 3. Rezultatul calculului $1 - 0,(727727)$ este egal cu
- 4p 4. Se consideră patrulaterul $MPNQ$. Una dintre diagonalele acestui patrulater este segmentul
- 4p 5. Cel mai mare număr rațional care, înmulțit cu $-\frac{5}{6}$, dă ca rezultat un număr natural este
- 4p 6. Paralelogramul $ABCD$ are $AB = 6\text{ cm}$ și $BC = 4\text{ cm}$. Bisectoarea unghiului ADC intersectează dreapta BC în punctul E . Lungimea segmentului $[BE]$ este egală cu
- 4p 7. Numărul rațional x care verifică egalitatea: $\frac{1}{2} \cdot x - 2 \cdot x = \frac{3}{2}$ este egal cu
- 4p 8. Un dreptunghi $ABCD$ are $AD = 2a$ și $DC = a$. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC , atunci măsura unghiului AMD este egală cu
- 4p 9. Numărul $a = \sqrt{16+9} - \sqrt{16} - \sqrt{9}$ are proprietatea că
A. $a > 0$ **B.** $a = 0$ **C.** $a < 0$ **D.** $a \notin \mathbb{Q}$
- 4p 10. În patrulaterul convex $ABCD$, suma măsurilor unghiurilor ADC și DCB este egală cu 270° . Cea mai lungă latură a patrulaterului $ABCD$ este

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 3p 1. a) Dintre numerele $-\frac{5}{2}, -3$ și $-\sqrt{6}$, cel mai mare este numărul....
- 3p b) Rezultatul calculului $\left| 2 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} \right| : \left(-1 \frac{2}{3} \right)$ este egal cu numărul întreg....
2. Paralelogramul $ABCD$ are lungimile laturilor exprimate prin numere naturale și perimetrul egal cu 14. Dacă $AB \geq BC$, atunci
- 3p a) $DC \in \{...\}$. 3p b) Aria maximă a paralelogramului $ABCD$ este egală cu....
- 3p 3. a) Dacă $2\sqrt{8} = a\sqrt{2}$, atunci $a = \dots$ 3p b) Dacă $2\sqrt{8} = \sqrt{2}b$, atunci $b = \dots$
4. În trapezul $ABCD$ se știe că baza mare are lungimea $AB = 9\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$, $CD = 3\text{ cm}$, iar lungimea segmentului $[BC]$ este exprimată (în cm) printr-un număr natural.
- 3p a) Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu... cm .
- 3p b) Lungimea maximă a segmentului $[BC]$ este egală cu... cm .
- 3p 5. a) Valoarea de adevăr a propoziției ” $\sqrt{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{4} - 2)} \in \mathbb{Q}$ ” este....
- 3p b) Două numere naturale au ca medie aritmetică un număr natural m iar media lor geometrică este egală cu $2\sqrt{143}$. Numărul m este egal cu....

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

- 6p 1. a) Se dă triunghiul ABC . Punctele D și E sunt situate pe segmentele (AB) și respectiv (AC) astfel încât $\frac{AD}{AB} = \frac{CE}{CA}$. Dacă punctele M și N sunt mijloacele laturilor $[AB]$ și $[AC]$, arătați că mijlocul segmentului $[DE]$ aparține segmentului (MN) .
- 4p b) Punctele M și N sunt mijloacele laturilor $[AB]$ și $[AC]$ ale triunghiului ABC . Fie P un punct un punct oarecare al segmentului (MN) . Arătați că există punctele $D \in (AB)$ și $E \in (AC)$ astfel încât P să fie mijlocul segmentului $[DE]$.
2. Se consideră numerele naturale consecutive a și b ($0 < a < b$). Notăm cu m_g media geometrică a numerelor a și b , cu m_1 media geometrică a numerelor a și m_g , iar cu m_2 media geometrică a numerelor b și m_g .
- 3p a) Arătați că numărul m_g este irațional. 3p b) Arătați că $m_1 \cdot m_2$ este număr rațional.
- 4p c) Dacă $m_1 = 6\sqrt{42\sqrt{7}}$, determinați numerele a , b și m_2 .

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4p 1. Numărul 0,25 nu este egal cu numărul
 A. $\frac{1}{4}$ B. 4^{-1} C. $\frac{(-1)^2}{2}$ D. $(-2)^{-2}$
- 4p 2. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui cub este egală cu 72 cm. Lungimea uneia dintre muchiile cubului este egală cu
- 4p 3. Rezultatul calculului $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3}$ este egal cu
- 4p 4. Numărul minim de cuburi, nu neapărat egale, cu care se poate umple complet interiorul unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile 3 cm, 6 cm și 8 cm este egal cu
- 4p 5. Numărul $\frac{6}{\sqrt{3}}$ este egal cu
- 4p 6. La un tetraedru, numărul de perechi de muchii necoplanare este egal cu
- 4p 7. Rezultatul calculului $2008^2 - 4016 \cdot 2009 + 2009^2$ este egal cu:
- 4p 8. Numărul de diagonale ale unui paralelipiped dreptunghic este egal cu
- 4p 9. Dacă $x > 0$, după efectuarea calculelor, expresia $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ devine
- 4p 10. Se consideră prisma triunghiulară dreaptă $ABCA'B'C'$. Numărul de muchii ale prisme pe care este perpendiculară dreapta AA' este egal cu

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 3p 1. a) Numărul $(4\sqrt{3})^2$ este egal cu numărul natural....
- 3p b) Cel mai mare număr întreg nenul n , pentru care $(2\sqrt{\sqrt{3}})^{-n} \in \mathbb{N}$, este egal cu....
2. Se dă cubul $ABCA'B'C'D'$ în care $AB = 4$ cm.
- 3p a) Aria triunghiului $C'BD$ este egală cu.... cm^2
- 3p b) Măsura unghiului dintre dreptele $A'B$ și AD' este egală cu....
- 3p 3. a) Dacă $p \in \mathbb{N}$ și $p^2 = 2^{14} + 2^8 + 1$, atunci $p = \dots$
- 3p b) Numărul n este natural. Cea mai mică valoare a expresiei $9n^2 - 48n + 55$ este egală cu....
4. Se dă paralelipipedul dreptunghic $ABCA'B'C'D'$. Dreapta AC' intersectează planul $(A'BD)$ în punctul P .
- 3p a) $\frac{AP}{PC'} = \dots$ 3p b) Dacă $AB = 1$ cm și $BC = CC' = 2$ cm, atunci $AP = \dots$ cm.
5. Dacă x este un număr real cu proprietatea că $x^2 - 3x = 1$, atunci:
- 3p a) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \dots$ 3p b) $x^3 - \frac{1}{x^3} = \dots$

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

1. Se dă paralelipipedul dreptunghic $ABCA'B'C'D'$ în care $AB = 40$ cm, $BC = 30$ cm iar planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$ sunt perpendiculare.
- 4p a) Arătați că $CC' = 24$ cm.
- 6p b) Calculați distanța dintre planele $(AB'D')$ și $(C'BD)$.
- 3p 2. a) Să se determine numerele naturale a, b și c , $a < b < c$, care verifică relația $abc = a + b + c + 2$.
- 1p b) Fie numerele reale nenule x, y, z și a, b, c . Știind că $x + \frac{1}{y} = a$, $y + \frac{1}{z} = b$ și $z + \frac{1}{x} = c$, arătați că
- $$xyz + \frac{1}{xyz} = abc - (a + b + c).$$
- 6p c) Dacă $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 2$ și $z + \frac{1}{x} = 5$, determinați numerele x, y , și z .