Olimpiada de Matematică
faza judeţeană- Galaţi
7 martie-2009
Clasa a V-a

Problema 1. Fie a, b, c trei numere naturale care împărţite pe rând la 2009 dau resturile 1935, 700 şi 800. Să se determine restul împărţirii numărului $a+3\cdot b+5\cdot c$ la 2009.

Marcel Manea, profesor, Galaţi

Problema 2. Să se demonstreze că fracţia $\dfrac{8^n+2^n-\left(3^n+7^n\right)}{9^n-4^n}$ se poate simplifica printr-un număr natural diferit de zero şi de 1, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

Milu Cîrmaciu, profesor, Galaţi

Problema 3. Să se determine numerele de forma $\overline{abcd}$, $a\neq 0$, ştiind că aceste numere verifică egalitatea: $3+6+9+...+\overline{abcd}=\overline{abcd000}$.

Ionel Patriche, profesor, Galaţi

Problema 4. Să se determine cel mai mic număr natural n, astfel încât numărul zerourilor cu care se termină numărul $(n+10)!$ să fie cu 2009 mai mare decât numărul zerourilor cu care se termină numărul $n!$(unde $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n$).

Vasile Popa, profesor, Galaţi

Clasa a VI-a

Problema 1. Numărul natural n dă restul 3 la împărţirea prin 5 şi restul 2 la împărţirea prin 7. Ce rest se obţine la împărţirea lui n prin 35?

Viorica Bujor, profesor, Galaţi

Problema 2. Fie unghiul $\measuredangle AOB$ cu măsura de 91^0 şi n puncte distincte $M_1, M_2, ..., M_n$, $n\in N^*$ aflate în interiorul unghiului $\measuredangle AOB$, astfel încât:
$\measuredangle AOM_1\equiv\measuredangle M_1OM_2\equiv ...\equiv\measuredangle M_nOB$.
Dacă unghiurile $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle BOD$ sunt adiacente suplementare, se cere:
a) Să se determine cel mai mare număr natural n, unde $m(\measuredangle AOM_1)=x^0$, $x\in\mathbb{N}^*-\{1\}$
b) Să se calculeze măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle BOD$
c) Dacă numărul natural n este determinat la punctul (a), punctul C se află în interiorul unghiului $\measuredangle AOB$, iar p si q sunt numere prime, unde $p^0=m\left(\measuredangle AOC\right)$ si $q^0=\mathrm{m}\left(\measuredangle BOC\right)$, $p>q$, să se demonstreze că nu există o semidreaptă $[OM_i$, $i\in\{1,2,3,...,n\}$, care să fie bisectoare a unui unghi $\measuredangle\left(COM_p\right)$, $p\in\{1,2,3,...,n\}$.

Milu Cîrmaciu, profesor, Galaţi

Problema 3. Să se determine câte numere naturale de forma $2^a\cdot 3^b\cdot 5^c$ au proprietatea că numărul 4 divide numărul $(a+2)\cdot(b+2)\cdot(c+2)$, unde $a,b,c\in\{0,1,2,...,9\}$.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

Problema 4. Să se determine restul împărţirii numărului $a=\underbrace{\overline{200920092009...2009}}_{2008 cifre}$ prin 21.

Dumitru şi Rodica Balan, profesori, Galaţi