OLIMPIADA LOCALĂ –GIURGIU, 12.02.2011

CLASA a V-a

1. Determinaţi toate numerele de forma $\overline{abc}$ ştiind că $31(a+b^2+c^3)$ reprezintă produsul a două numere naturale consecutive , mai mici decât 1000.

Gazeta Matematică

2.a) Arătaţi că : $2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1}<2^n$, pentru $n\in \mathbf{N}$, $n\geq 2$.

b) Să se determine $n\in$ N*, astfel încât numărul

$$a=2^{2010}\cdot(2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1})\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

să fie natural pătrat perfect.

Ionel Tudor , Călugăreni

3. Fie A un număr natural. Ştiind că A împărţit la 7 dă restul 4 şi împărţit la 9 dă restul 5, să se afle ce rest obţinem împărţindu-l pe A la 63.

Rodica Mărăcineanu , Giurgiu

CLASA a VI-a

1. Împărţind numerele 83; 137 şi 245 la acelaşi număr de două cifre obţinem acelaşi rest, diferit de zero.Să se determine împărţitorul şi restul analizând toate situaţiile posibile.

Daniela Boanţă,Giurgiu

2. Determinaţi cifrele *a* , *b* , *c* astfel încât să aibă loc relaţia

$\overline{ab}\cdot\overline{ca}=800$

Radu Stănică , Frăteşti

3. Se consideră triunghiul ABC , cu $m(\angle BAC)=36^0$ *şi* $m(\angle ACB)=72^0$.
În punctul M , mijlocul segmentului [AC], se contruieşte o dreaptă perpendiculară pe AC,care se intersectează cu dreapta BC în punctul Dşi cu segmentul [AB] în punctul N.
Să se demonstreze că:

a) $[AD]\equiv[DC]$

b) [CN este bisectoarea ungiului $\angle ACB$.

Rodica Mărăcineanu , Giurgiu

4. În triunghiul isoscel ABC ($(AB)\equiv(AC)$), bisectoarea ungiului B intersectează pe AC în D , astfel încât triunghiul BDC este isoscel cu $(BD)\equiv(BC)$.
Determinaţi măsurile unghiurilor triunghiului ABC şi arătaţi că bisectoarea unghiului $\angle ADB$ este perpendiculară pe AB.

Gazeta Matematică

OLIMPIADA LOCALĂ-GIURGIU,12.02.2011

CLASA a VII-a

1. Rezolvaţi ecuaţia: $12345\frac{67}{89}\cdot 12344\frac{67}{89}-\left(12345\frac{67}{89}+x\right)\cdot\left(12344\frac{67}{89}-x\right)=(x-1)^2$

Verona Marin , Bolintin Vale

2. Fie $b\in(1;2)$ fixat. Să se afle valoarea minimă a expresiei :

$$E(x)=\frac{\left(x^2+4x+7\right)^2-6\left(x^2+4x+7\right)+9}{x^2+(4-2b)x+b^2-4b+4},\quad unde\ x>0.$$

Ion Staicu , Giurgiu

3. Se consideră paralelogramul ABCD şi E un punct arbitrar pe latura [CD].
Dreptele AC şi BE se intersectează în I iar paralela prin E la AD intersectează diagonala [AC] în P.
Să se arate că : $2CI\le AI+PI$. Când apare egalitatea ? Ileana Marin, Ghimpaţi

4. Fie triunghiul ascuţitunghic ABC în care se duc înălţimile [AA'] , [BB'] şi [CC']
(A'$\in$ BC, B'$\in AC$, C'$\in AB$).
a) Demonstraţi că $\Delta A'B'C'$ este asemenea cu ΔABC.
b) Să se arate că [BB' este bisectoarea unghiului $\angle A'B'C'$. Radu Stănică , Frăteşti

CLASA a VIII-a

1. Fie numerele $a,b\in\mathbf{R}\backslash\mathbf{Q}$, care verifică relaţiile:
$a^3+b^3=p\sqrt{5}$ *şi* $a+b=q\sqrt{5}$ *unde* $p,q\in\mathbf{Q}^*$.
Verificaţi dacă $ab\in\mathbf{Q}$.

Ion Staicu, Giurgiu

2. Se consideră numărul $x=\sqrt{7+\sqrt{13}}-\sqrt{7-\sqrt{13}}$.
a) Arătaţi că x^2 este număr natural.
b) Aflaţi partea întreagă a numărului $a=(x-1)^{2010}$.
c) Calculaţi $\left(x^3-2x-1\right)^{2011}$.

Ileana Marin , Ghimpaţi

3. Paralelipipedul ABCDA'B'C'D' are dimensiunile AB=6 cm , BC=$6\sqrt{3}$ cm şi AA'=6 cm. Se cere:
a) Lungimea diagonalelor paralelipipedului.
b) Distanţa de la C la AD'.
c) Dacă E este mijlocul laturii B'C' şi F este mijlocul segmentului C'D', calculaţi cosinusul unghiului format de dreptele AC' şi EF.

Daniela Boanţă,Giurgiu

4. Un tetraedru are patru muchii de lungimi egale iar celelalte două sunt laturi ale unui triunghi dreptunghic isoscel.
Ştiind că suma lungimilor muchiilor este 12+24$\sqrt{2}$ cm , se cere :
a) Lungimea muchiilor .
b) Arătaţi că planul feţei care este triunghi echilateral , este perpendicular pe planul triunghiului dreptunghic.

Verona Marin , Bolintin Vale