Olimpiada de Matematică –faza locală- Galaţi

14 februarie-2009

CLASA a V-a

Problema I

Să se scrie numărul $6^{2009}-3$ ca suma de şase numere naturale consecutive.

Problemă propusă de prof. Maricel Manea

Problema II

Să se afle restul împărţirii numărului 5^{7^n} prin 31, $n \in \mathbb{N}$

Problemă propusă de prof. Cornel Hahui

.

Problema III

Se consideră mulţimea **A**={1,5,9,...,2009} şi o submulţime **B** a lui **A**, formată din **254** elemente. Să se arate că există în submulţimea **B** două elemente a căror sumă este 2018.

Problemă propusă de prof. Mihai Totolici

Problema IV

Fie numărul natural $\mathbf{x=9+99+999+\ldots+\underbrace{999\ldots99}_{2009\ cifre}}$

a) Să se determine suma cifrelor numărului **x.**

b) Să se demonstreze că numărul format din ultimele patru cifre ale lui **x** are forma **7k+1** şi să se afle **k** $\in \mathbb{N}$

Problemă propusă de prof. Andrei Nicoară Dorina

Notă

1. Toate problemele sunt obligatorii
2. Timp efectiv de lucru 3 ore
3. Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

Olimpiada de Matematică –faza locală- Galaţi

14 februarie-2009

<u>CLASA a VI-a</u>

<u>Problema I</u>

Să de afle numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, în baza 10, $x \neq 0$, ştiind că $\overline{xyz}$ +5=(x-4)^{2009} + y^{3} + z^{2}

Problemă propusă de prof. Saulea Tatiana

<u>Problema II</u>

Determinaţi numărul natural **n** ştiind că este îndeplinită condiţia :

card A=12500, unde **A=** $\{x \mid 5^n < x \leq 5^{n+1}\}$

Problemă propusă de prof. Dorina Savin

<u>Problema III</u>

Să se determine numărul $\overline{abc}$, divizibil cu 9, ştiind că

$\frac{a-1}{2} = \frac{b-3}{3} = \frac{c-4}{5}$ şi $1 \leq a \leq 9$; $3 \leq b \leq 9$; $4 \leq c \leq 9$.

Problemă propusă de prof. Rodica şi Dumitru Bălan

<u>Problema IV</u>

Fie $\sphericalangle AOB$ cu măasura de 128^0 şi [OA$_1$ bisectoarea $\sphericalangle AOB$, [OA$_2$ bisectoarea $\sphericalangle AOA_1$, [OA$_3$ bisectoarea $\sphericalangle AOA_2$,..., [OA$_7$ bisectoarea $\sphericalangle AOA_6$.

1) Aflaţi măsura unghiurilor $\sphericalangle A_2OA_5$ şi $\sphericalangle BOA_7$
2) Aflaţi măsura unghiului dintre bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_2OA_5$ şi bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOA_3$

Problemă propusă de prof. Serghie Cristi

<u>Notă</u>

4. Toate problemele sunt obligatorii
5. Timp efectiv de lucru 3 ore
6. Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

Olimpiada de Matematică –faza locală- Galaţi

14 februarie-2009

Clasa a VII-a

Problema 1.

Fie $a_1,\ a_2,\ a_3,...,a_7$, şapte numere naturale pătrate perfecte. Să se arate că există două dintre ele a căror diferenţă este multiplu de 20.

Manea Marcel, profesor, Galaţi

Problema 2.

Să se determine toate numerele naturale a de trei cifre cu proprietatea $\sqrt{a+23+\sqrt{a+\sqrt{a+2009}}}\in\mathbb{N}$.

Dumitru şi Rodica Bălan, profesori, Galaţi

Problema 3.

În exteriorul triunghiului MNP se construieşte dreptunghiul NPQR. Perpendicularele din Q şi R respectiv pe MN şi MP, se intersectează în punctul T. Perpendicularele din R şi Q respectiv pe MN şi MP, se intersectează în punctul S.

a). Să se demonstreze că $MT \perp NP$.

b). Dacă punctul O este mijlocul segmentului $[MS]$, să se demonstreze că punctul O se află pe mediatoarea segmentului $[NP]$.

c). Dacă punctul O este mijlocul segmentului $[MS]$ şi centrul dreptunghiului NPQR, să se demonstreze că triunghiul MNP este dreptunghic.

Problema 4.

Fie $ABCD$ un patrulater convex în care $AB \parallel CD,\ AC \cap BD = \{O\}$.

Prin punctul O ducem paralela la AB care intersectează AD în punctul E, iar pe BC în punctul F. Să se demonstreze că $EF \le \sqrt{AB \cdot CD}$.În ce caz are loc egalitatea?

Manea Marcel, profesor, Galaţi

__**Notă**__

7. Toate problemele sunt obligatorii
8. Timp efectiv de lucru 3 ore
9. Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

Olimpiada de Matematică –faza locală- Galaţi

14 februarie-2009

Clasa a VIII-a

Problema 1.

Să se determine cardinalul mulţimii $M=\left\{x\in\mathbb{Z} / x=n^2-18\cdot n,\ \text{n}\in\mathbb{N},\ \text{n}<2009\right\}$.

Cîrmaciu Milu, profesor, Galaţi

Problema 2.

(**a**). Să se determine numerele reale a, b, c astfel încât:

$2\cdot|a|+3\cdot|b|+5\cdot|c|-38=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}$. Câte soluţii(triplete) verifică relaţia?

(b). Dacă $a,\ b\in\mathbb{R}_+^*$ şi $3\cdot\text{a}+5\cdot\text{b}=1$, să se arate că $\sqrt{3\cdot a+1}+\sqrt{5\cdot b+2}<2\cdot\sqrt{2}$.

Manea Marcel, profesor, Galaţi

Problema 3.

Fie $a_1,a_2,...,a_{2009}$ numere reale strict pozitive astfel încât $a_1+a_2+...+a_{2009}=2009$.

Să se arate că: $\dfrac{a_1^2+a_2^2}{a_1+a_2}+\dfrac{a_2^2+a_3^2}{a_2+a_3}+...+\dfrac{a_{2009}^2+a_1^2}{a_{2009}+a_1}\geq 2009$.

Veronica Grigore, profesor, Galaţi

Problema 4.

Se consideră patru puncte diferite, necoplanare, V,A,B,C astfel încât $[VB]\equiv[AC]\equiv[BC]$

şi $\text{VA}>\text{VC}\left(m\left(\measuredangle(VBA)\right)>m\left(\measuredangle(VBC)\right)\right)$. Fie $[BM$ bisectoarea $\measuredangle(VBA)$, $M\in(VA)$, $[BN$ bisectoarea $\measuredangle(VBC)$, $N\in(VC)$ şi $[AF$ bisectoarea $\measuredangle(CAB)$,

$F\in(BC)$; $MN\cap(ABC)=\{P\}$; $PF\cap(AB)=\{E\}$; $(VE)\cap(BM)=\{Q\}$; $(AF)\cap(CE)=\{J\}$, să se demonstreze că $QJ\parallel(VAC)$.

Prof. Stiubianu Iulian, CNAIC, Galaţi

<u>Notă</u>

10. Toate problemele sunt obligatorii
11. Timp efectiv de lucru 3 ore
12. Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7