R O M Â N I A

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,

TINERETULUI ŞI SPORTULUI

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ

Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală - 13.02.2010
Barem de corectare – Clasa a V-a – varianta 1

1. Notăm numerele cu: a, $a + 1$, $a + 2$, …, $a + 66$ 1p
Suma lor este $S = a + a + 1 + a + 2 + \ldots + a + 66 = 67a + 2211$ 1p
dar $S = 2010^{2011} + 2211$ 1p
Obținem $67a + 2211 = 2010^{2011} + 2211 \Rightarrow 67a = 2010^{2011} \Rightarrow$ 1p
$67a = 2010 \cdot 2010^{2010} = 67 \cdot 30 \cdot 2010^{2010} \Rightarrow$ 1p
$\Rightarrow a = 30 \cdot 2010^{2010}$ 1p
Finalizare $2010^{2011} + 2211 = 30 \cdot 2010^{2010} + 30 \cdot 2010^{2010} + 1 + \ldots + 30 \cdot 2010^{2010} + 66$ .. 1p

2. Fie n numărul căutat, atunci $n = 1000 \cdot c + r$, ... 1p
unde $c = x^3$ şi $r = x^2$ de unde rezultă $r = x^6$ 1p
cum $r < 1000$ rezultă 1p
$x^6 < 1000$ 1p
Dar $4^6 > 1000$ rezultă 1p
$x = 0, x = 1, x = 2, x = 3$ 1p
Găsim $n = 0, n = 1001, n = 8064, n = 27729$ 1p

3. Fie a > b.
a + b = 6029 ⇒ b = 6029 – a < a .... 1 punct
a = b · c + r, r < b .... 1 punct
b = a · q + R, R< a .... 1 punct
Cum a > b ⇒ q = 0 ⇒ b = R = 6029 – a .... 1 punct
c + r = q + R = a – 2009 ⇒ R = a – 2009 .... 1 punct
⇒ a – 2009 = 6029 – a .... 1 punct
⇒ a = 4019; b = 2010 .... 1 punct

4. $n \in \{4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3\}$ $k \in \mathbb{N}$ 2p
n=4k => U(a)=U($2^{4k} + 3^{4k}$)=7 .... 1p
n=4k+1 => U(a)=5 .... 1p
n=4k+2 => U(a)=3 .... 1p
n=4k+3 => U(a)=5 .... 1p
$a \in M_5$ dacă şi numai dacă $n \in \{4k+1, 4k+3\}$ 1p