

ROMÂNIA

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,

TINERETULUI ȘI SPORTULUI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGHEȘ

Olimpiada Națională de Matematică

- etapa locală - 13.02.2010

Barem de corectare – Clasa a V-a – varianta 1

1. $3^{41} = 3^1 \cdot 3^{40} = \dots\dots\dots$ 2p
 $= 3^{40} + 3^{40} + 3^{40} = \dots\dots\dots$ 2p
 $= (3^{20})^2 + (3^{10})^4 + (3^8)^5 \dots\dots\dots$ 2p
Finalizare $x = (3^{20})^2, y = (3^{10})^4, z = (3^8)^5 \dots\dots\dots$ 1p
2. a) Din $a = b = c \Rightarrow \frac{3x+y}{4y+3} = \frac{4y+1}{9} = \frac{11}{3x+y} = \frac{3x+5y+12}{3x+5y+12} = 1 \dots\dots\dots$ 1p
 $\Rightarrow 4y + 1 = 9 \Leftrightarrow y = 2, \dots\dots\dots$ 1p
din $3x + y = 11 \Rightarrow 3x + 2 = 11 \Rightarrow x = 3$, deci numerele căutate sunt $x = 3$ și $y = 2 \dots\dots$ 1p
- b) Se notează împărțitorul cu n , restul cu r , iar câturile cu $a, b, c, r < n \leq 67, n \geq 10$.
Din enunț se obține că: $67 : n = a$ rest $r, 139 : n = b$ rest $r, 187 : n = c$ rest r și aplicând
teorema împărțirii cu rest: $67 = n \cdot a + r, 139 = n \cdot b + r, 187 = n \cdot c + r \dots\dots\dots$ 1p
Scăzând aceste relații două câte două se obține: $120 = n \cdot (c - a), 72 = n \cdot (b - a),$
 $48 = n \cdot (c - b) \Rightarrow n$ este un divizor comun al numerelor 120, 72 și 48. $\dots\dots\dots$ 1p
 $(120, 72, 48) = 24 \Rightarrow n \in D_{24}, n \geq 10 \Rightarrow \dots\dots\dots$ 1p
 $n = 24$, caz în care $r = 19$ sau $n = 12$, caz în care $r = 3$. Deci problema are două soluții. 1p
3. $5^3 = 125 < 360; 5^4 = 625 > 360 \Rightarrow$ măsurile unghiurilor în jurul lui O sunt de forma $5^0;$
 $5^1; 5^2$ sau 5^3 grade $\dots\dots\dots$ 3p
 $2 \cdot 5^3 = 250 < 360; 3 \cdot 5^3 = 375 > 360 \Rightarrow$ numărul maxim de unghiuri cu măsura
 5^3 grade este 2 $\dots\dots\dots$ 1p
Numărul maxim de unghiuri cu măsura 5^2 grade este 4 $\dots\dots\dots$ 1p
Numărul maxim de unghiuri cu măsura 5^1 grade este 2 $\dots\dots\dots$ 1p
 $2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 = 360 \Rightarrow$ cel mai mic număr de unghiuri în condițiile date
este $2+4+2=8$ unghiuri $\dots\dots\dots$ 1p
4. a) $m(\sphericalangle MON) = 75^0 \Rightarrow m(\sphericalangle AOC) = 150^0 \dots\dots\dots$ 1p
 $\frac{m(\sphericalangle BOC)}{2} = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{3} = k \Rightarrow m(\sphericalangle BOC) = 2k, m(\sphericalangle AOB) = 3k \dots\dots\dots$ 1p
 $m(\sphericalangle AOB) = 90^0$ și $m(\sphericalangle BOC) = 60^0 \dots\dots\dots$ 1p
- b) $OP \perp OM \Rightarrow m(\sphericalangle MOP) = 90^0, [ON$ bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle NOC) = 30^0 \dots\dots\dots$ 1p
 $m(\sphericalangle MOC) = 180^0 - m(\sphericalangle AOM) = 105^0 \dots\dots\dots$ 1p
 $m(\sphericalangle COP) = m(\sphericalangle MOC) - m(\sphericalangle MOP) = 15^0 \dots\dots\dots$ 1p
Finalizare $\dots\dots\dots$ 1p