

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală, Braşov, februarie 2010
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

În trapezul $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) ducem $DM \perp AB$, $M \in (AB)$. Fie N mijlocul diagonalei BD . Demonstrați că $MN \parallel AC$ dacă și numai dacă trapezul este isoscel.

Aurel Bârsan

SUBIECTUL II

Să se determine numerele reale nenule a, b, c știind că $a + \frac{1}{bc} = 2b$, $b + \frac{1}{ac} = 2c$ și $c + \frac{1}{ab} = 2a$.

prof. Mara Ilie, prof. Romeo Ilie

SUBIECTUL III

Fie ABC un triunghi echilateral, $D \in BC$ astfel încât $(DC) \equiv (BC)$ și $E \in AC$ astfel încât $(AE) \equiv (AC)$. Dacă $DE \cap AB = \{F\}$, arătați că $AB = 3AF$.

G.M. 3/2009

SUBIECTUL IV

Fie numerele

$$a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{2009}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010}$$

și

$$b = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots - \frac{2009}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010}$$

- a) Determinați o relație între numerele a și b .
- b) Arătați că $a < 1$.
- c) Arătați că $b < \frac{1}{2^{2009}}$.

prof. Dorina Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect are 7p. Timp de lucru 3 ore.