

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

etapa locală

**Clasa a VI- a**

13 Februarie 2010

**SUBIECTUL I** (7p)

- 3p) 1. Fie  $x, y$  numere naturale nenule. Demonstrați că dacă  $(x + 4y)$  este divizibil cu 7, atunci fracția  $\frac{x + 4y}{2x + y}$  este reductibilă.
- G.M.5/2009, problema E:13830
- 4p) 2. O bunică are doi nepoți. Vârsta bunicii se exprimă printr-un număr de două cifre, fiecare cifră fiind vârsta unuia dintre nepoți. Dacă la vârsta bunicii se adaugă vârstele celor doi nepoți se obține 83 de ani. Ce vârstă are bunica?

**SUBIECTUL II** (7p)

- Fie numărul natural  $n \in \mathbb{N}^+$ . Numărul  $a \in \mathbb{N}^+$  se numește „*prietenul lui n*” dacă prin împărțirea lui  $a$  la  $n$  se obține câtul egal cu restul.
- 2p) a) Determinați restul împărțirii unui „*prieten al lui n*” la numărul  $n + 1$ .
- 5p) b) Determinați suma tuturor „*prietenilor numărului 2010*”.

**SUBIECTUL III** (7p)

- 3p) 1. Demonstrați că oricum am alege 41 de numere naturale nenule diferite a căror sumă nu depășește 1280, există cel puțin două dintre ele a căror sumă este egală cu 41.
- 4p) 2. În jurul punctului  $O$  se consideră unghiurile  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$ ,  $\sphericalangle DOE$  și  $\sphericalangle EOA$  astfel încât măsurile lor sunt direct proporționale cu cinci numere naturale consecutive. Știind că  $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle BOE)} = \frac{1}{3}$ , demonstrați că punctele  $A$ ,  $O$  și  $D$  sunt coliniare.

**NOTĂ:** *Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte.*  
Timp de lucru – 2 ore.