Inspectoratul Şcolar Judeţean Constanţa

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 13 februarie 2010

Clasa a V a

1. Se consideră şirul 3, 10, 17, 24,…..

a) Care este al 2010-lea termen al şirului?

b) Al câtelea termen din şir este egal cu 2005?

Prof. Mihai Contanu

2. Să se determine numărul natural *n*, ştiind că

$16^n + 2^{4n+6} = 260 \cdot 4^{2011}$

Prof. Ion Tiotioi

3. a) Determinaţi cifra *a* astfel încât numărul A = $\overline{2a7} + \overline{a5} - 3 \cdot a + 26$ să fie pătrat perfect.

Prof. Stela Turcu

b) Să se afle restul împărţirii numărului n = $1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot2009 + 2011$ la 2010.

Prof. Mihai Contanu

4. Fie şirul de numere naturale: n+1, n+2, n+3, …, n+2010, unde n este număr natural.

a) Pentru n = 2010 arătaţi că suma S a termenilor şirului este divizibilă cu 1005.

b) Să se calculeze valorile posibile ale sumei resturilor obţinute prin împărţirea la 4 a tuturor termenilor şirului dat.

Prof. Florian Gache

Inspectoratul Şcolar Judeţean Constanţa

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 13 februarie 2010

Clasa a VI a

1. Aflaţi numerele naturale prime a, b, p ştiind că $2010 = 67a^2 + 201b - 25p$.

Prof. Nicolae Jurubiţă

2. Se dă mulţimea $A = \{2, 3, 6, 7, 10, 11, \ldots, 198, 199, 202, 203\}$.
   a) Determinaţi numărul elementelor mulţimii A.
   b) Demonstraţi că orice submulţime cu 52 de elemente a mulţimii A conţine cel puţin două elemente a căror sumă este 205.

***

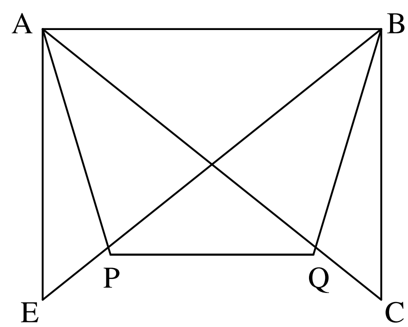
3. Se consideră unghiurile $\angle AOB$ şi $\angle AOC$, având măsurile de 66°, respectiv 33°.
   a) Calculaţi măsura unghiului $\angle BOC$.
   b) Dacă *(OD* este bisectoarea unghiului $\angle AOB$, calculaţi măsura unghiului $\angle COD$.
   c) Unghiul $\angle AOC$ se împarte prin semidrepte cu originea O în unghiuri congruente, având măsurile exprimate prin numere naturale. Stabiliţi dacă există printre aceste semidrepte o semidreaptă perpendiculară pe *(OB*.

***

4. În figura alăturată $\Delta APB \equiv \Delta BQA$ şi $[AC] \equiv [BE]$, $P \in (BE)$, $Q \in (AC)$.

   Demonstraţi că:

   a) $\Delta APE \equiv \Delta BQC$
   b) $\Delta BAE \equiv \Delta ABC$
   c) $\Delta APQ \equiv \Delta BQP$



***

Inspectoratul Şcolar Judeţean Constanţa

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 13 februarie 2010

Clasa a VII a

1. a) Să se determine numerele întregi x pentru care fracţia

$$E = \frac{\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}}{x-7}$$ este întreagă.

b) Arătaţi că $\sqrt{13+\sqrt{5+\sqrt{18-\sqrt{5}}}} < 4$

***

2. a) Arătaţi că $\sqrt{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2010 + 2010} \notin Q$

Prof. Stela Turcu

b) Determinaţi $n \in N^*$ cu proprietatea că $n! + 3\cdot 2^n = 6^{n-2}$, unde $n! = 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n$

G.M. 12/2010

3. Un patrulater convex ABCD are AB = $4\sqrt{3}$, BC = 5, CD = 2 şi AD = $\sqrt{3}$. Măsurile unghiurilor A, B, C, D sunt direct proporţionale cu numerele 2, 1, 4 şi 5. Calculaţi:

a) măsurile unghiurilor patrulaterului.

b) aria patrulaterului.

Prof. Geagatai Musa-Cerchez

4. Fie ABCD un paralelogram, iar $\{O\} = AC \cap BD$. Fie N mijlocul segmentului OC şi M mijlocul segmentului OD, iar $\{T\} = AM \cap BN$.

a) Arătaţi că $OT \parallel AD$

b) Arătaţi că $T \notin (CD)$

Prof. Alexandru Cărnaru

Inspectoratul Şcolar Judeţean Constanţa

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 13 februarie 2010

Clasa a VIII a

1. Fie $a, b \in R$ astfel încât $a^2 + b^2 - 3a - 5b + \frac{33}{4} = 0$. Să se demonstreze că $4 \leq a + b + 1 \leq 6$.

GMB 10/2009

2. Să se determine numerele întregi *m* şi *n*, dacă:
$$\frac{m}{\sqrt{2(2+\sqrt{3})}} + \frac{n}{\sqrt{2(2-\sqrt{3})}} = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$$

Prof. Ion Tiotioi

3. Pe planul dreptunghiului *ABCD (AB >BC)* se ridică perpendiculara *SA*. Dacă *E* este mijlocul segmentului *[SC]* se cere:
   a) Demonstraţi că triunghiul *DEB* este isoscel.
   b) Arătaţi că *BD < SC*.
   c) Dacă *M* este mijlocul lui *[BE]*, $SM \cap BC = \{N\}$ iar $BD \cap AN = \{P\}$, arătaţi că *MP//(SAD)*.

Prof. Nicolae Jurubiţă

4. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu latura de 9 cm. Din fiecare vârf se înlătură câte o piramidă regulată cu muchiile laterale de 3 cm. Se numerotează fiecare vârf al corpului obţinut cu numere de la 1 la 24. Notăm cu S_k, $k \in \{1, 2, ..., 8\}$, suma numerelor corespunzătoare vârfurilor unei feţe triunghiulare a corpului.
   a) Calculaţi aria totală a corpului obţinut.
   b) Calculaţi lungimea segmentului determinat pe diagonala cubului de planele bazelor piramidelor.
   c) Arătaţi că există o numerotare a vârfurilor astfel încât $S_k \vdots 3$, $\forall k$, $k \in \{1, 2, ..., 8\}$.
   d) Arătaţi că nu există o numerotare a vârfurilor astfel încât S_i nu este divizibil cu 3 şi S_j este divizibil cu 3, unde $j \in \{1, 2, ..., 8\} - \{i\}$.

Prof. Alexandru Cărnaru