

OLIMPIADA LOCALA DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A V-A

1. Se consideră mulțimile:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5x-2 < 3(x+1)\} \text{ si } B = \{x/x \in \mathbb{N}, (2x+3)/18\}$$

a) Aflați elementele mulțimilor.

b) Calculați $A \cup B, A \cap B, (A - B) \cup (B - A)$

2.

a) Determinați cel mai mic număr natural x care are suma cifrelor egală cu 103.

b) Aflați cel mai mic număr natural n , astfel încât $y = 10^n - x$ să fie număr natural și apoi stabiliți paritatea lui y (x este numărul determinat la punctual a))

3. Aflați cel mai mic număr natural divizibil cu 65 care împărțit la 27, dă restul egal cu 13.

4. Arătați că:

a) $x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}$ este pătrat perfect, $\forall n \in \mathbb{N}$.

b) $y = 2^n + 3^{n+1} + 5^{n+2} + 7^{n+3}$ nu poate fi pătrat perfect, oricare ar fi n număr natural.

NOTA

Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect are 7 puncte; timp de lucru 3 ore.