

SUBIECTE
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ
13.02.2010
CLASA a VIII a

Subiectul I

Fie a, b, c trei numere reale nenule astfel încât $a + b + c = 1$ și $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Demonstrați

că:

- 1) $a^2 + b^2 + c^2 = 1$;
- 2) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 9$.

Subiectul II

Fie numerele reale și nenule a, b, c, d astfel încât $a + 4d \neq 0$, $b + 4d \neq 0$, $c + 4d \neq 0$.

Dacă $x = \frac{a}{a+4d} - \frac{b}{b+4d} + \frac{c}{c+4d}$ și $y = \frac{d}{a+4d} - \frac{d}{b+4d} + \frac{d}{c+4d}$, demonstrați că

$$x \cdot y \leq \frac{1}{16}$$

Subiectul III

Un trapez $ABCD$ are baza mare AD inclusă în planul α , iar punctul B este situat la distanța de 9cm de planul α . Dacă $AC \cap BD = \{M\}$ și $\frac{AD}{BC} = \frac{8}{7}$, calculați distanța de la punctul M la planul α .

Subiectul IV

Un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are dimensiunile $AB = 6\text{cm}$, $BC = 6\sqrt{3}\text{cm}$ și $AA' = 6\text{cm}$. Să se calculeze:

- a) distanța de la punctul C la dreapta AD' ;
- b) cosinusul unghiului format de AC' cu EF , unde E este mijlocul lui $(B'C')$ iar F este mijlocul lui $(C'D')$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul pentru fiecare problemă este de la 0 la 7.