

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

13 februarie 2010

Clasa a V-a

SUBIECTUL 1

$$\text{Fie } x = \left\{ \left[\left(1^{40} \right)^{50} + \left(2 \cdot 3^2 \right)^2 : 6^2 - 2^3 \right]^{67} \right\}^{30}, \quad y = \left(16^{10} \right)^{100} : \left(4^{20} \right)^{50} \cdot 2,$$

$$z = 1326 \cdot 430 - 430 \cdot 1300 - 26 \cdot 429 + 486$$

- a) Calculați x , y și z .
- b) Calculați $(x : y - z)^{2010}$.
- c) Determinați ultima cifră a numărului y .
- d) Justificați dacă numărul x este pătrat perfect sau cub perfect.

Prof. Victoria Negrilă

SUBIECTUL 2

Știind că $3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2010} = a \cdot b^2 \cdot (1 + 3^7 + 3^{14} + \dots + 3^{2002})$, a și b fiind numere naturale nenule, să se arate că : $a + b^6 + 2 \cdot b^4 + b^3 - b^0 = 2010$

Prof. Ion Burcă

SUBIECTUL 3

Determinați cifrele a și b astfel încât $\overline{ab6} = 2^{a+b+1}$

Prof. Dan Coma

SUBIECTUL 4

Determinați numerele naturale nenule n pentru care suma divizorilor săi este $n+7$.

Prof. Ion Neață

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

13 februarie 2010

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Să se afle numerele naturale x, y, z știind că $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{6} = \frac{z}{5}$ și $2x+3y+4z=188$.

Prof. Gheorghe Ștefana

SUBIECTUL 2

Să se afle numărul $A = \overline{aabc}$ divizibil cu 45, știind că $B = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ se divide cu 57.

Prof. Iuliana Trașcă

SUBIECTUL 3

Fie segmentul AB și punctele C, D, E pe acest segment astfel încât $BC = \frac{AB}{4}$,

D mijlocul segmentului AC și $DE = \frac{AD}{3}$.

- a) Arătați că $[AE] \equiv [BC]$.
- b) Arătați că segmentele AB și CE au același mijloc.
- c) Dacă punctul M este mijlocul segmentului $[CE]$ și $DM = 4$ cm, calculați lungimea segmentului AB .

Prof. Victoria Negrilă

SUBIECTUL 4

Se consideră punctele coliniare A, O, B astfel încât O este situat între A și B . Pe unul din semiplanele determinate de dreapta AB se consideră semidreptele $[OC]$ și $[OD]$ astfel încât unghiul COD să fie suplementul complementului unghiului AOC .

- a) Arătați că $m(\sphericalangle COM)$ este constantă oricum s-ar afla semidreptele $[OC]$ și $[OD]$, $[OM]$ fiind bisectoarea unghiului BOD ;
- b) Arătați că unghiul DOM este complementul unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC și COD .

G. M. Nr. 2/1996

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
OLT
OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

13 februarie 2010

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1

Se poate exprima 2010 ca o diferență de două pătrate de numere întregi?

Prof. Gheorghe Ștefana

SUBIECTUL 2

Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\frac{3a+4b+5c}{2a+3b} = \frac{3b+4c+5a}{2b+3c} = \frac{3c+4a+5b}{2c+3a}$

a) Aflați partea întreagă a numărului A știind că :

$$A = \sqrt{\frac{3a+4b+5c}{10a+15b} + \frac{3b+4c+5a}{10b+15c} + \frac{3c+4a+5b}{10c+15a}}$$

b) Arătați că $\sqrt{\frac{3a+4b+5c}{\sqrt{6ab}} + \frac{3b+4c+5a}{\sqrt{6bc}} + \frac{3c+4a+5b}{\sqrt{6ca}}} \geq \frac{6\sqrt{10}}{5}$

Insp. șc. de specialitate , prof. Aurelia Stanciu

SUBIECTUL 3

Fie triunghiul ABC dreptunghic isoscel , $m(\sphericalangle C) = 90^\circ$. Se construiește segmentul CC_1 ($C_1 \in (AB)$) perpendicular pe mediana AA_1 , $A_1 \in (BC)$. Să se afle raportul $\frac{BC_1}{C_1A}$.

Prof. Daniela Taclit

SUBIECTUL 4

Se dă triunghiul isoscel ABC . Fie $[AM]$, $[BN]$, $[CP]$ ($M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$) mediane cu $AM = 6\sqrt{2}$ cm, iar G centrul de greutate. Aflați aria patrulaterului $ABMN$ și lungimea medianei $[CP]$, știind că $CG = AB$.

Prof. Nicolae Bivol

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
OLT
OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

13 februarie 2010

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

Să se arate că : $\sqrt{\frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{2009^3} + \frac{1}{2010^3}} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

Prof. Ion Neață

SUBIECTUL 2

a) Fie numărul $A+2010^0 = \sqrt{17-12\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{18-8\sqrt{2}}}{5} - \frac{x\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{15}$.

Să se afle numărul întreg x, astfel încât A să fie rațional și să se precizeze valoarea lui A

b) Fie x și y numere naturale nenule astfel încât :

$$\frac{x+2010}{y+2010} + \frac{x+2008}{y+2008} + \frac{x+2006}{y+2006} + \dots + \frac{x+4}{y+4} + \frac{x+2}{y+2} + \frac{x}{y} = 4020^2 : \left[(2^5 - 2^3) \cdot 670 \right] +$$

$$+ 1 + \frac{6}{5} - A, \text{ A fiind numărul determinat la a). Arătați că } x=y$$

Prof. Iuliana Trașcă

SUBIECTUL 3

Pe planul paralelogramului ABCD se ridică perpendiculara DM. Se știe că $AB=2a$, $AD=a$, $DM=a$ și $m(\angle DAB) = 60^\circ$, iar Q este mijlocul segmentului (AB).

- a) Calculați distanța de la punctul M la dreapta AC.
- b) Calculați aria $A_{\Delta MQC}$.
- c) Calculați tangenta unghiului diedru format de planele (MDQ) și (MBC).

Prof. Dorin Popa

SUBIECTUL 4

Fie a, b, c dimensiunile și d lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic și n număr natural nenul. Arătați că dacă : $a=2n(n+1)$, $b=2(n+1)(n+2)$ și $c=(n+1)^2 + 2$, atunci d este număr natural.

Prof. Daniel Cojocaru

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.