



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010
CLASA A VII- A

SUBIECTUL I

Rezolvați în \mathbb{N}^* ecuația:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{2n}{(n+1)(n+3)} + \frac{3n}{(n+3)(n+6)} + \frac{4n}{(n+6)(n+10)} + \frac{5n}{(n+10)(n+15)} = \frac{n+5}{2n+5}.$$

Prof. Alexandru Banu, Cernișoara, Vâlcea

SUBIECTUL II

a) Determinați valoarea raportului $\frac{17a-7b}{7a+3b}$, știind că : $\frac{2a-b}{a+2b} = \frac{1}{2}$.

G.M.10

b) Fie $a, b, c, k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{a^{4k}}{b^{2k}c^{2k}}, \frac{b^{4k}}{a^{2k}c^{2k}}, \frac{c^{4k}}{a^{2k}b^{2k}}$ să fie numere naturale.
Demonstrați că : $a^{6k} + b^{6k} + c^{6k} = 3(a^2b^2c^2)^k$.

G.M.7-8-9

SUBIECTUL III

- a) În patrulaterul ABCD, unghiurile $\sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle ADC$ sunt drepte. Pe laturile [BC] și [DC] luăm punctele M și respectiv N, astfel încât $BM=DN$ și $\sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle DAN$. Să se arate că $BC=CD$ și că diagonalele patrulaterului ABCD sunt perpendiculare.
- b) Pe un cerc sunt scrise numerele naturale de la 1 la N, astfel încât fiecare două numere vecine să aibă cel puțin o cifră comună. Să se găsească cel mai mic număr N pentru care se poate realiza acest lucru și să se dea un astfel de exemplu.

Prof. Adrian Burlan, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL IV

În trapezul isoscel ABCD, baza mare [CD] este congruentă cu diagonala [AC], iar $AC \cap BD = \{O\}$. Dacă $BM \perp BC$, $M \in [AC]$ și $DM \cap [AB] = \{E\}$, demonstrați că :

- a) $\sphericalangle ABM \equiv \sphericalangle OBM$; b) $EO \perp DC$.

Prof. Leon Genoiu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: **3ore**

Fiecare subiect este punctat cu **10** puncte din care **3** puncte din oficiu.