

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010  
CLASA A V- A  
BAREM DE CORECTARE**

**SUBIECTUL I**

Aflați cifrele distincte și nenule a și b știind că numărul:

$$n = \overline{aaa} - \overline{abb} + 2(\overline{ab} - \overline{ba}) - 2a + 2b \text{ este pătrat perfect.}$$

Prof. Alexandru Banu, Școala Cernișoara

**Soluție**

$$n = 111a - 100a - 11b + 2(9a - 9b) - 2a + 2b \dots\dots\dots 1p$$

$$n = 27a - 27b = 27(a-b) \text{ , } a > b \dots\dots\dots 1p$$

$$n = 3^2 \cdot 3(a - b) \dots\dots\dots 1p$$

$$n = p.p. \text{ dacă } 3(a-b) = p.p. \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{avem imediat: } a - b = 3k^2, k \neq 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{din } a \text{ și } b \text{ cifre nenule avem: } a - b \leq 8 \text{ deci } k = 1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{din } a - b = 3 \text{ obținem soluțiile : } a=4 \text{ și } b=1, a=5 \text{ și } b=2, a=6 \text{ și } b=3, \\ a= 7 \text{ și } b=4, a=8 \text{ și } b=5, a=9 \text{ și } b=6 \dots\dots\dots 1p$$

**SUBIECTUL II**

a) Aflați numărul natural x știind că  $x^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + 1001$ ;

b) Calculați suma cifrelor numărului  $N = 8^{669} \cdot 5^{2010} + 175$ .

Prof. Ana Jipescu, Gr. Șc. George Țârnea

**Soluție**

$$a) \text{ Calculează } 1 + 3 + 5 + \dots + 1001 = 501^2 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizează } x = 501 \dots\dots\dots 1p$$

$$b) N = (2^3)^{669} \cdot 5^{2010} + 175 = 2^{2007} \cdot 5^{2010} + 175 \dots\dots\dots 1p$$

$$N = 2^{2007} \cdot 5^{2007} \cdot 5^3 + 175 = 10^{2007} \cdot 5^3 + 175 \dots\dots\dots 1p$$

$$N = 125000\dots0175 \text{ (2004 de 0)} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Deci suma cifrelor lui } N \text{ este } 1 + 2 + 5 + 1 + 7 + 5 = 21 \dots\dots\dots 1p$$

### SUBIECTUL III

- a) Un număr este cu 16 mai mare decât altul. Împărțind suma celor două numere la diferența lor obținem câtul 38 și restul 6. Aflați numerele.
- b) Arătați că numerele de forma  $n^2 + 2009 \cdot n + 1$  nu se împart exact la 2010,  $n \in \mathbb{N}$ .

Prof. Mazilu Marin, C.N.I. Matei Basarab

#### Soluție

- a) Fie a și b cele două numere;  $a = b + 16$  .....1p  
Avem:  $a + b = 38(a - b) + 6 = 614$ .....1p  
Află  $b = 299$  și  $a = 315$  .....1p
- b)  $n^2 + 2009 \cdot n + 1 = 2010 \cdot n + n^2 - n + 1$  .....1p  
 $= 2010 \cdot n + n(n - 1) + 1$  .....1p  
 $n(n - 1) + 1$  este număr impar pentru orice n natural.....1p  
 $n^2 + 2009 \cdot n + 1$  – impar deci nu se împarte exact la 2010(par) ..... 1p

### SUBIECTUL IV

- a) Scrieți numărul  $2009^{2009}$  sub forma  $x^2 + y^2$ , cu  $x, y \in \mathbb{N}^*$ .  
Gazeta Matematică, nr 7-8-9
- b) Scrieți numerele 2010 și  $2010^{2011}$  sub forma  $x^2 + y^2 + z^2$ , cu  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ .

Prof. Preda Ion, C.N. Mircea cel Bătrân

#### Soluție

- a)  $2009 = 35^2 + 28^2$  .....1p  
 $2009^{2009} = 2009 \cdot 2009^{2008} = (35^2 + 28^2) \cdot (2009^{1004})^2$  .....1p  
 $2009^{2009} = (35 \cdot 2009^{1004})^2 + (28 \cdot 2009^{1004})^2$  .....1p
- b)  $2010 = 2009 + 1 = 35^2 + 28^2 + 1^2$  .....2p  
 $2010^{2011} = 2010 \cdot 2010^{2010} = (35^2 + 28^2 + 1^2) \cdot (2010^{1005})^2$  .....1p  
 $2010^{2011} = (35 \cdot 2010^{1005})^2 + (28 \cdot 2010^{1005})^2 + (1 \cdot 2010^{1005})^2$  .....1p