Inspectoratul Şcolar Județean **Harghita**

Olimpiada de matematică – clasa a VI-a etapa zonală

Varianta 1

1. Fie numerele:

$a = 4 - \{5^3 - [100 - (9^2 : 3^4 + 3) \cdot 5 + 2^3 \cdot 5] - 5\} \cdot 125$ şi

$b = 2^{4^2} + 3^9 : 9^4 \cdot 3 - (2^2)^8 + 2^{10} : (3 \cdot 2^5 + 2^5) - (2^6 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}) : (2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{10})$

Să se afle cifra x ştiind că $(\overline{ba} - \overline{a5}) \cdot \overline{b5} - \overline{b0} = \overline{aax}$.

2. Arătați că numărul $A = 3^{2n+5} \cdot 7^n - 63^{n+1} - 3^{2n+1} \cdot 7^{n+2}$ este divizibil cu 33, pentru orice n număr natural.

3. Fie numerele prime x, y şi z cu proprietatea că x + 2y + 6z = 38.

a) Să se afle numerele x, y, z.

b) Să se afle numerele naturale a, b, c ştiind că $2^a \cdot 3^b \cdot 17^c = \overline{yzx0} + \overline{1zx}$.

4. Unghiurile $\angle BOC$ şi $\angle BOD$ sunt adiacente complementar, respectiv suplementar, cu unghiul ascuțit $\angle AOB$. Considerăm $[OE$ semidreapta opusă lui $[OB$. Dacă $[OM$ este bisectoarea unghiului $\angle BOC$ şi $[ON$ bisectoarea unghiului $\angle AOE$, calculați:

a) $m(\angle MON)$; b) $m(\angle AOB)$, dacă $m(\angle BOC) = \dfrac{1}{10} m(\angle BOD)$.

5. Pe o dreaptă d se iau punctele A, B, C, D astfel încât AB=a, BD=c, AC=b, BC=a+b, CD=a+b-c.

a) Stabiliți ordinea punctelor A, B, C, D pe dreapta d.

b) Dacă a=4cm, b=5cm, c=3cm, M este mijlocul segmentului AD şi N este mijlocul segmentului BC, atunci calculați lungimea segmentului MN.

Szász Diana (1), Mindru Camelia (2), Dinu Anne – Mary (3, 4, 5)

Varianta 2

1. Calculați :

a) $3 \cdot \{ 2 \cdot 3^2 + 5^2 : 5^0 + 69 \cdot [2^4 \cdot 3 - (6^{16})^2 : 2^{30} : (3^6)^5 + 4725 : 63]\}$

b) $6 - \left\{ \dfrac{11}{5} : \left(2\dfrac{2}{3} - 1\dfrac{1}{5} \right) + 1 : \left[\left(\dfrac{5}{3} + \dfrac{1}{7} - \dfrac{2}{21} \right) \cdot \dfrac{1}{6} \right] \right\}$ **c)** $[2,(3) + 2,0(3) - 2,8] : 4,7 + 2,(6)$

2. Patru elevi au împreună 138 timbre. Dacă primul elev ar primi de la fiecare din ceilalți trei câte două timbre, atunci numărul timbrelor lor ar fi patru numere naturale consecutive. Aflați câte timbre are fiecare elev.

3. Să se demonstreze că numărul $a = 3^{n+2} \cdot 2^{2n+3} + 3^{n+3} \cdot 4^{n+2}$ este divizibil cu 63, dacă $n \in \mathbb{N}$.

4. Dacă punctele A, B şi C sunt coliniare astfel încât AB = 7cm, AC = 4cm, BC = 11cm, determinați lungimea segmentului OB, ştiind că O aparține dreptei AB şi OM = 3cm, M fiind mijlocul segmentului AC.

5. Se dau unghiurile adiacente $\angle AOB$ şi $\angle BOC$, astfel încât bisectoarele lor [OM, respectiv [ON formează un unghi de 75° şi $3 \cdot m(\angle BOC) = 2 \cdot m(\angle AOB)$.

a) Determinați măsurile unghiurilor $\angle AOB$ şi $\angle BOC$;

b) Dacă OP $\perp$ OM astfel încât M şi P sunt de aceeaşi parte cu B față de AO, demonstrați că [OP este bisectoarea unghiului $(\angle CON)$.

Kémenes Zita (1, 2, 5), Nagy Jenő (3, 4)