

SIMULARE 3 - EVALUARE NAȚIONALĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a VIII-a, IANUARIE 2020

SUBIECTUL I – pe foaia de examen se scriu doar rezultatele (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $0,02-2:100$ este.....
2. Dacă $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, atunci $\frac{b-a}{b+a}$ este egal cu.....
3. Dacă diagonala unui pătrat este 6 cm, atunci perimetrul pătratului este.....cm.
4. În tetraedrul regulat $ABCD$, măsura $\sphericalangle(AB, CD)$ este egală cu°
5. Un obiect s-a scumpit cu 10% din prețul inițial și acum costă 110 lei. Prețul inițial a fostlei.
6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate într-o săptămână, la ora 12.

| Luni | Marți | Miercuri | Joi | Vineri | Sâmbătă | Duminică |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $-5^{\circ}C$ | $-7^{\circ}C$ | $-2^{\circ}C$ | $-1^{\circ}C$ | $-4^{\circ}C$ | $-3^{\circ}C$ | $-2^{\circ}C$ |

Diferența dintre cea mai mare și cea mai mică temperatură din această săptămână este °

SUBIECTUL II– pe foaia de examen se scriu rezolvările complete (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată $VABC$.
2. Ioana are o sumă de bani, Alin are de trei ori mai mult decât Ioana, iar Maria are cu 3 lei mai mult decât Alin. Împreună, cei trei, au 150 lei. Ce sumă are Alin?
3. Fie numerele reale $a = \sqrt{9-2\sqrt{14}}$ și $b = \sqrt{9+2\sqrt{14}}$.
Arătați că $(a-b)^2 = 8$.
4. Numerele 122, 85 și 63 se împart la același număr natural x , diferit de zero. Se obțin resturile 2, 5 și respectiv 3. Aflați cea mai mare valoare a lui x care îndeplinește condițiile problemei.
5. Fie expresia

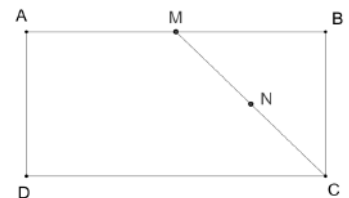
$$E(x) = \left(\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2 - x - 1} + \frac{1}{x+1} \right) \cdot \frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{4-x^2}, \text{ unde } x \in \mathbf{R} - \{\pm 2, \pm 1\}.$$

- a) Arătați că $E(x) = \frac{3}{4-x^2}$.
- b) Aflați cardinalul mulțimii $A = \{a \in \mathbf{Z} / E(a) \in \mathbf{Z}\}$.

SUBIECTUL III– pe foaia de examen se scriu rezolvările complete (30 puncte)

1. În figura de mai jos este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 12$ m și $BC = 6$ m. Punctul M este mijlocul segmentului AB , iar punctul N este mijlocul segmentului CM .

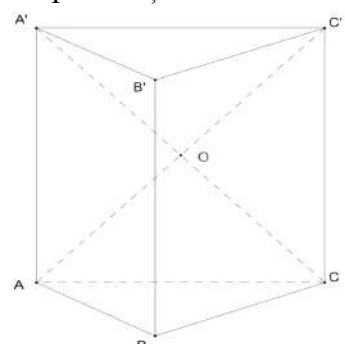
- a) Aflați aria patrulaterului $AMCD$.
- b) Demonstrați că $DM \parallel BN$.
- c) Calculați perimetrul patrulaterului $DMBN$.



2. În prisma triunghiulară regulată dreaptă $ABCA'B'C'$, fețele laterale sunt pătrate și $AC' \cap A'C = \{O\}$.

Știind că $A_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}cm^2$:

- a) Arătați că lungimea laturii $AB = 8$ cm.
- b) Aflați lungimea celui mai scurt drum care unește punctele B și O pe suprafața laterală a prisme.
- c) Calculați distanța de la punctul O la dreapta AB .



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I – 30 de puncte

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte. Nu se acordă punctaje intermediare.

| | | | | | |
|---|---------------|--------------|------------|-----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | $\frac{1}{7}$ | $12\sqrt{2}$ | 90° | 100 | 6 |

SUBIECTUL II– 30 puncte

| | | |
|----|--|---|
| 1. | Desen corect Notația | 4 puncte 1 punct |
| 2. | Notăm cu I , A , respectiv M sumele deținute de cei trei. $A=3I$ $M=A+3$ $A+M+I=150$ $7I=147 \quad I=21$ $A = 3 \cdot 21 = 63$ | 1 punct 1 punct 1 punct 1 punct 1 punct |
| 3. | $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a \cdot b = \sqrt{81 - 4 \cdot 14} = \sqrt{25} = 5$ $a^2 = 9 - 2\sqrt{14}, b^2 = 9 + \sqrt{14}$ $(a-b)^2 = 18 - 2 \cdot 5 = 8$ | 1 punct 1 punct 1 punct 2 puncte |
| 4. | $122 = xc_1 + 2, 2 < x$ $85 = xc_2 + 5, 5 < x \Rightarrow$ $63 = xc_3, 3 < x$ $120 = xc_1$ $80 = xc_2, x > 5$ $60 = xc_3$ x e c.m.m.d.c pentru 120, 80, 60 $x = 20$ | 2 puncte 1 punct 1 punct 1 punct |
| 5. | $x^3 + x^2 - x - 1 = (x+1)(x-1)(x+1)$ | 1 punct |
| a) | $\frac{x^3 - x}{(x+1)(x^2 - 1)} = \frac{x(x^2 - 1)}{(x+1)(x^2 - 1)} = \frac{x}{x+1}$ | 1 punct |
| | $E(x) = 1 \cdot \frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{4-x^2} = \frac{3}{4-x^2}$ | 3 puncte |

| | | |
|----|--|----------|
| b) | $E(a) = \frac{3}{4-a^2} \in \mathbf{Z} \Rightarrow 4-a^2 \in \{-1,1,-3,3\}$ $-a^2 \in \{-5,-3,-7,-1\}$ $a \in \mathbf{Z} \Rightarrow a^2 \text{ e pătrat perfect}$ $a^2 = 1, a = \pm 1$ Din C.E. $a \neq \pm 1 \Rightarrow$ $card(A) = 0$ | 2 puncte |
| | | 2 puncte |
| | | 1 punct |

SUBIECTUL III – 30 puncte

| | | |
|----|--|---|
| 1. | a) $AM = AB : 2 = 6 \text{ dam}$, $AMCD$ trapez $A_{AMCD} = \frac{(AM + CD) \cdot AD}{2}$ $A_{AMCD} = 54 \text{ dam}^2$ | 1 punct 1 punct 3 puncte |
| | b) $\left. \begin{array}{l} \triangle AMD \\ \triangle MBC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{dreptunghic isoscele} \\ \Rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} m(\angle AMD) = 45^\circ \\ m(\angle BMC) = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$ | 1 punct |
| | $m(\angle DMC) = 90^\circ$ $\Rightarrow BM \perp MC$ N mijlocul $MC \Rightarrow BN \perp MC \Rightarrow DM \parallel BN$ | 1 punct 1 punct 2 puncte |
| | c) Cu teorema lui Pitagora $\Rightarrow DM = 6\sqrt{2} \text{ dam}$ $DM = CM, MN = CM : 2 = 3\sqrt{2}$ Cu Teorema lui Pitagora $\Rightarrow DN^2 = 90, DN = 3\sqrt{10} \text{ dam}$ BN mediană din vf. drept $\Rightarrow BN = 3\sqrt{2} \text{ dam}$ $P = (9\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{10}) \text{ dam}$ | 1 punct 1 punct 1 punct 1 punct 1 punct |
| 2. | a) $A_\Delta = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$ $l^2 = 64, l = 8 \text{ cm}$ | 1 punct 4 puncte |
| | b) desfășurarea suprafeței laterale Drumul minim (desen) $BO, \{O\} = AC' \cap A'C$ Fie $OT \perp AC, T \in (AC)$ $CT = OT = \frac{AA'}{2} = \frac{AB}{2} = 4 \text{ cm}, OT \perp AC$ Teorema lui Pitagora $BO = 4\sqrt{10} \text{ cm}$ | 2 puncte 1 punct 1 punct 1 punct |
| | c) $OT \parallel AA' \Rightarrow OT \perp (ABC)$ $T_{3\perp} \left. \begin{array}{l} OT \perp (ABC) \\ TR \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow d(O, AB) = OR$ $TR = \frac{l\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$ $OR = 2\sqrt{7}$ | 1 punct 2 puncte 2 puncte |