

**Clasa a V-a**

1. Determinați numerele naturale de forma  $\overline{ab}$  care împărțite la  $a \cdot b$  dau restul  $b$ . Gazeta Matematică

2. Fie numerele naturale  $A = 3m + 2n$  și  $B = 2m + 3n$ , unde  $m$  și  $n$  sunt numere naturale nenule.

a) Pentru  $n > 1, m > 1$  găsiți o fracție ireductibilă  $\frac{m}{n}$  știind că fracția  $\frac{A}{B}$  este reductibilă.

b) Dacă  $m = 2^{80}$  și  $n = 3^{60}$ , comparați numerele  $A$  și  $B$ .

c) Ce valori naturale nu poate lua numărul  $A$ , oricare ar fi  $m$  și  $n$  numere naturale nenule? Justificați!

Alexandru Cărnaru

3. Fie șirul de numere naturale 1, 6, 27, 128, ....

a) Completați acest șir cu încă 2 termeni.

b) Dacă notăm cu  $t_1$  primul termen al acestui șir, cu  $t_2$  al doilea termen al șirului ș.a.m.d., aflați ultima cifră a sumei primilor 2011 termeni.

c) Determinați cardinalul mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid t_{2010} < x < t_{2011}\}$ . Stela Turcu

4. Fie mulțimile  $A = \{3, 6, 9\}$ ,  $B = \{2, 5, 8\}$  și numărul  $x = \overline{abcd}$  format cu 4 cifre din mulțimea  $A$  și o cifră din mulțimea  $B$ .

a) Calculați diferența dintre cel mai mare număr  $x$  de această formă și cel mai mic număr  $x$  de această formă.

b) Arătați că numerele  $x$  de această formă nu pot fi pătrate perfecte. \*\*\*

**Clasa a VI-a**

1. Fie numerele naturale  $A = a^2 + a + 1$ ,  $B = b^2 + 3b + 1$  și  $C = c^2 + 5c + 1$ , unde  $a, b, c$  sunt numere naturale nenule.

a) Găsiți un triplet  $(a, b, c)$  astfel încât  $A^2 + B^2 + C^2 = 395$ .

b) Arătați că nu există numere naturale nenule  $a, b, c$  astfel încât  $A^{2n} + B^{2n} + C^{2n} = 395^{2n}$ ,

oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ .

Alexandru Cărnaru

2. Dacă  $n$  este un număr natural nenul, notăm cu  $S(n)$  suma divizorilor naturali ai lui  $n$ .

a) Calculați  $S(72)$ . b) Arătați că  $S(2^{2011})$  este un număr divizibil cu 15.

c) Determinați  $n$  natural astfel încât  $S(n) = 403$ .

Stela Turcu

3. Se consideră triunghiul  $ABC$ , cu  $AB < AC$  și  $AD$  bisectoarea unghiului  $BAC$ ,  $D \in (BC)$ .

Paralela prin  $B$  la  $AD$  intersectează dreapta  $AC$  în  $E$ , paralela prin  $C$  la  $AD$  intersectează dreapta  $AB$  în  $F$ , iar dreapta  $EF$  se intersectează cu dreapta  $BC$  în  $M$ .

a) Arătați că  $\triangle EBF \cong \triangle BEC$ . b) Demonstrați că  $MA \perp AD$ .

Gazeta Matematică

4. Fie triunghiul echilateral  $ABC$  și  $E$  un punct pe dreapta  $AC$  astfel încât  $A \in (EC)$ . Se

construiește triunghiul echilateral  $ECD$ , astfel încât  $D$  și  $B$  să fie de o parte și de alta a dreptei

$AC$  și triunghiul echilateral  $FBD$ , astfel încât  $E$  și  $F$  să fie de aceeași parte a dreptei  $BD$ .

a) Arătați că punctele  $A, C$  și  $F$  sunt colineare. b) Arătați că  $BD < CF < 2 \cdot BD$ . Alexandru Cărnaru