

1. Pentru $x, y \in \mathbb{N}^*$, $\frac{x}{y} = \frac{4+8+12+\dots+120}{5+10+15+\dots+150}$, care este cea mai mare valoare pe care o poate lua diferența $x - y$?

- a) 2 b) -3 c) -1 d) -2

e) nici un răspuns din primele patru

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{y} = \frac{4+8+\dots+120}{5+10+\dots+150} = \frac{4(1+2+\dots+30)}{5(1+2+\dots+30)} = \frac{4}{5} \Rightarrow y = \frac{5x}{4} \Rightarrow x - y = \frac{-x}{4} = \frac{-x}{4} \\ \frac{x}{y} = \frac{4}{5}, x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x = M_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{-x}{4} \leq -1 \Rightarrow x - y \leq \boxed{-1}$$

2. Trei roți cu zimți sunt interconectate. Dacă prima roată se învârtă de 2 ori, a doua se va învârti de trei ori iar a treia de 5 ori. Dacă în total roțile au 62 de zimți, câți zimți are a treia roată?

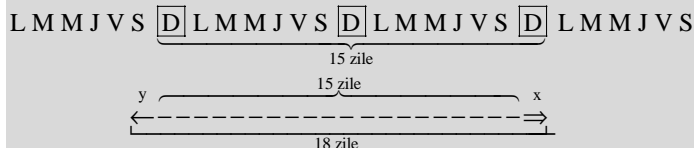
- a) 24 b) 12 c) 15 d) 9 e) 20

$$\begin{cases} 2x=3y=5z \\ x+y+z=62 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=20 \\ z=12 \end{cases}$$

3. Radu a început munca pe data de 11. Pentru fiecare zi de muncă el câștigă 100 000 lei, iar duminica nu muncește. Pe data de 28 seara a aceleiași luni, după o zi de muncă, Radu își dă demisia. Dacă a câștigat 1 500 000 lei, în ce zi a început munca?

- a) luni b) marți c) miercuri d) joi e) vineri

De pe data de 11 pe 28 sunt 18 zile. Dacă a câștigat 1 500 000, a avut trei duminici libere.

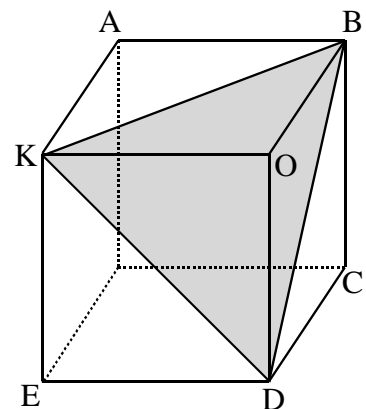


Radu nu putea să își dea demisia duminică, deci $x \geq 1$. Variantele de răspuns sunt L, M, M, J, V,

deci $y \geq 2$. $\begin{cases} x+y+15=18 \\ x \geq 1 \\ y \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow$ Radu a început munca vineri

4. Găsiți raportul dintre volumul piramidei BKDO și volumul cubului.

- a) 1/4
b) 1/8
c) 1/6
d) 1/12
e) 1/9



$$\frac{V_{BKDO}}{V} = \frac{KO \cdot \frac{OBOD}{2}}{l^3} = \frac{\frac{l}{2} \cdot \frac{l^2}{2}}{l^3} = \frac{l^3}{4l^3} = \frac{1}{4}$$

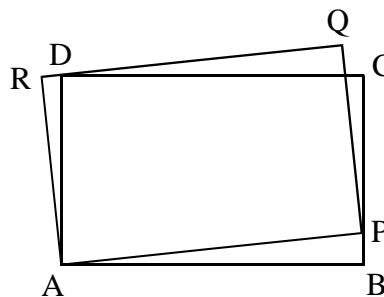
5. Care este numărul de valori întregi pe care le poate lua n astfel încât $\frac{n^2}{n+4}$ este întreg?

- a) 10 b) 3 c) 7 d) 12 e) 8

$$\frac{n^2}{n+4} = \frac{n^2-16+16}{n+4} = \frac{n^2-16}{n+4} + \frac{16}{n+4} = n-4 + \frac{16}{n+4}; \frac{n^2}{n+4} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{16}{n+4} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n+4 \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16\} \Rightarrow n \text{ poate lua } \boxed{10 \text{ valori}}$$

6. Ariile dreptunghiurilor ABCD și APQR sunt a și b.
Care relație între a și b este adevărată?

- a) $5a=4b$ b) $4a=3b$ c) $a=b$
d) $3a=2b$ e) $a>b$



$$\Delta APB \sim \Delta ARD \Rightarrow \frac{AB}{AR} = \frac{AP}{AD} \Rightarrow AB \cdot AD = AR \cdot AP \Rightarrow \boxed{a=b}$$

7. Calculați $\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}$, unde $x \in (1;2)$.

- a) $\frac{2}{x+2}$ b) $\frac{-2}{x+2}$ c) $\frac{2}{2-x}$ d) $\frac{1}{2-x}$ e) $\frac{2-x}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} &= \frac{1}{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \frac{1}{(\sqrt{x-1}-1)^2} = \frac{1}{|\sqrt{x-1}+1|} + \frac{1}{|\sqrt{x-1}-1|} = \\ &= \frac{1}{1+\sqrt{x-1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x-1}} = \frac{1-\sqrt{x-1}}{1-(x-1)} + \frac{1+\sqrt{x-1}}{1-(x-1)} = \frac{2}{2-x} \end{aligned}$$

8. O enciclopedie are 10 volume. Fiecare volum are același număr de pagini. Număratoarea paginilor începe de la prima pagină a volumului 1 și se termină la ultima pagină a volumului 10. Dacă pagina 353 este în volumul 4 iar pagina 808 este în volumul 10, câte pagini are fiecare volum?

- a) 92 b) 88 c) 91 d) 89 e) 90

Fie n numărul de pagini al fiecărui volu m. Avem ca $\begin{cases} 3x+1 \leq 353 \leq 4x \\ 9x+1 \leq 808 \leq 10x \end{cases} \Rightarrow x = \boxed{89}$

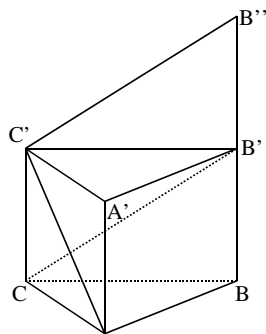
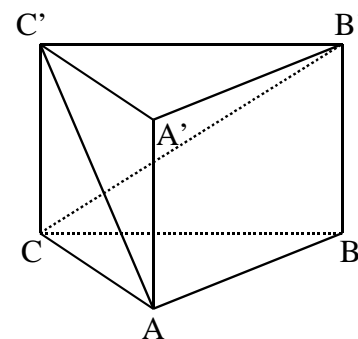
9. Calculați $f(\sqrt{2})$ dacă $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

$$f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \Rightarrow f(y) = y^2 + 2 \Rightarrow f(\sqrt{2}) = \boxed{4}$$

10. ABCA'B'C' este o prismă triunghiulară regulată. Dacă ΔABC este echilateral de latură 5, iar AA' = 5√2. Atunci m(∠(AC',CB')) = ?

- a) 120° b) 30° c) 45°
d) 90° e) 60°



Prelungim BB' până în B'' cu $BB' = B'B'' \Rightarrow CB' \parallel C'B'' \Rightarrow m(\angle(AC', B''C)) = m(\angle(AC'B''))$.

$$AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 5\sqrt{3}. \quad C'B'' = \sqrt{C'B'^2 + B'B''^2} = 5\sqrt{3}. \quad AB'' = \sqrt{AB^2 + BB''^2} = 15.$$

$$\sin \angle ACH = \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle ACH = 60^\circ \Rightarrow \angle AC'B'' = 120^\circ \Rightarrow \angle(AC', CB') = 120^\circ.$$

Când considerăm unghiul format de 2 drepte, luăm valoarea ascuțită a unghiului. Deci $\angle(AC', CB') = 60^\circ$

- 11.** Pentru $n > 4$, care este restul împărțirii sumei $1!+2!+3!+\dots+n!$ la 5? ($n!=1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$)
- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0 e) 4

Pentru $n \geq 5$, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n$, deci $\frac{n!}{5} \in \mathbb{N}$ Deci restul împărțirii sumei $1!+2!+\dots+n!$ la 5 este egal cu restul împărțirii lui $1!+2!+3!+4!$ la 5, deci este $\boxed{3}$

- 12.** De fiecare dată când spune o minciună, lui Pinocchio îi crește nasul cu 1 cm. Dacă mănâncă una din prăjiturile zânei, nasul îi scade la jumătate. Pinocchio a spus luni 12.05.2003 o minciună, marți 2 minciuni, miercuri 3 minciuni, joi 4 minciuni și vineri 5 minciuni. În fiecare zi după prima minciună a mâncat una din prăjiturile zânei. Dacă vineri seara nasul lui Pinocchio avea 10 cm, câți cm a avut nasul lui Pinocchio luni 12.05.2003 dimineața, când s-a trezit?
- a) 105 b) 99 c) 87 d) 91 e) 93

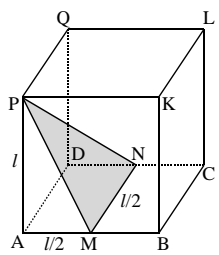
Fie L, M, M_i, J, V lungimile nasului lui Pinocchio în zilele de Luni, Marti, ..., Vineri, dimineața. Avem:

$$\frac{V+1}{2} + 4 = 10 \Rightarrow V = 11; \quad \frac{J+1}{2} + 3 = V \Rightarrow J = 15; \quad \frac{M_i+1}{2} + 2 = J \Rightarrow M_i = 25; \quad \frac{M+1}{2} + 1 = M_i \Rightarrow M = 47; \quad \frac{L+1}{2} = M \Rightarrow L = \boxed{93}$$

- 13.** Știind că $m - 2n = 1$ și $m \in [-1; 3]$, calculați $\sqrt{m^2+n^2+10-6m-2n} + \sqrt{m^2+n^2+2m+2n+2}$.
- a) $2\sqrt{6}$ b) $2\sqrt{5}$ c) 10 d) $4\sqrt{5}$ e) $4\sqrt{6}$

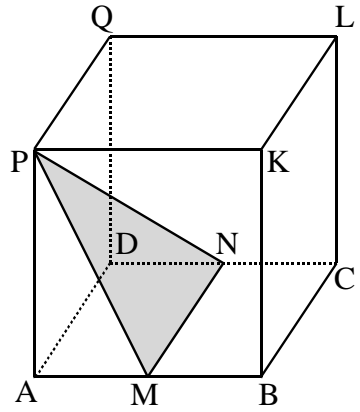
$$\begin{aligned} \sqrt{m^2+n^2+10-6m-2n} + \sqrt{m^2+n^2+2m+2n+2} &= \sqrt{(m-3)^2+(n-1)^2} + \sqrt{(m+1)^2+(n+1)^2} = \sqrt{(m-3)^2 + \left(\frac{m-1}{2}-1\right)^2} + \sqrt{(m+1)^2 + \left(\frac{m-1}{2}+1\right)^2} \\ &= \sqrt{(m-3)^2 + \left(\frac{m-3}{2}\right)^2} + \sqrt{(m+1)^2 + \left(\frac{m+1}{2}\right)^2} = |m-3| \frac{\sqrt{5}}{2} + |m+1| \frac{\sqrt{5}}{2} = (3-m) \frac{\sqrt{5}}{2} + (m+1) \frac{\sqrt{5}}{2} = \boxed{2\sqrt{5}} \end{aligned}$$

- 14.** În figura alăturată, M și N sunt mijloacele laturilor AB și CD. Dacă aria $\Delta MNP = \sqrt{5} \text{ cm}^2$, aflați volumul cubului ABCDPKLQ.
- a) 8 b) $8\sqrt{5}$
c) 12 d) $10\sqrt{5}$
e) 27

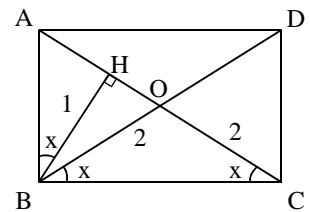


$$\left. \begin{aligned} PA \perp (ABC) \\ AM \perp MN \end{aligned} \right\} \Rightarrow PM \perp MN. \quad PM = \sqrt{l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{l\sqrt{5}}{2}$$

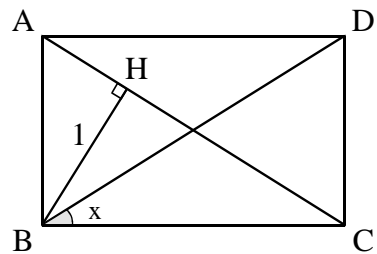
$$A_{PMN} = \frac{PM \cdot MN}{2} = \frac{l^2 \sqrt{5}}{4} = \sqrt{5} \Rightarrow l = 2 \Rightarrow V = \boxed{8}$$



- 15.** În dreptunghiul ABCD de arie 4 cm^2 avem $BH = 1 \text{ cm}$ și $BH \perp AC$. Calculați $m(\angle DBC)$.
- a) $7,5^\circ$ b) 15° c) $22,5^\circ$
d) 30° e) 45°



$$\frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{A_{ABCD}}{2} \Leftrightarrow AC = 4 \Rightarrow \text{în } \Delta BHO \text{ dreptunghic avem ca } BH = \frac{BO}{2} \Rightarrow \angle HOB = 30^\circ \Rightarrow \angle HBO = 60^\circ. \quad 2x + \angle HBO = 90^\circ \Rightarrow x = \boxed{15^\circ}$$



16. $(a+\sqrt{a^2+1})(b+\sqrt{b^2+1})=1 \Rightarrow a+b=?$

- a) $-2\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}$ c) -1 d) 0 e) 2

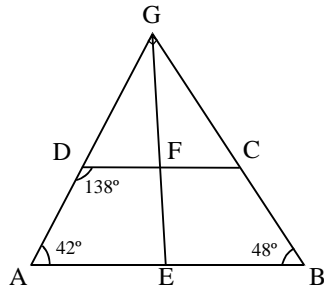
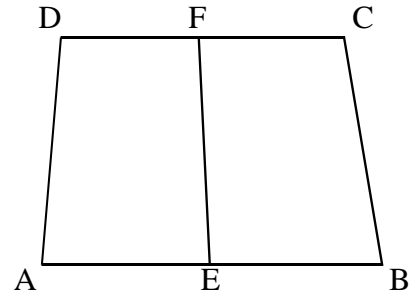
$$(a+\sqrt{a^2+1})(b+\sqrt{b^2+1})=1 \Leftrightarrow a+\sqrt{a^2+1} = \frac{1}{b+\sqrt{b^2+1}} = \sqrt{b^2+1} - b \Leftrightarrow a+b = \sqrt{b^2+1} - \sqrt{a^2+1} \quad (1)$$

$$(a+\sqrt{a^2+1})(b+\sqrt{b^2+1})=1 \Leftrightarrow b+\sqrt{b^2+1} = \frac{1}{a+\sqrt{a^2+1}} = \sqrt{a^2+1} - a \Leftrightarrow a+b = \sqrt{a^2+1} - \sqrt{b^2+1} \quad (2)$$

Din (1) si (2) avem $a+b = \boxed{0}$

17. $AB \parallel CD$, $m(\angle B) = 48^\circ$, $m(\angle D) = 138^\circ$, $AB = 2 \cdot DC = 4a$, $AE = EB$ și $DF = FC$. Calculați lungimea segmentului EF.

- a) $2a$ b) $\frac{3a}{2}$ c) $\frac{2a}{3}$
 d) $\frac{a}{2}$ e) a



$$\left. \begin{array}{l} \angle A = 42^\circ \\ \angle B = 48^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle G = 90^\circ \Rightarrow GE \text{ este mediana în triunghiul dreptunghic } AGB \Rightarrow GE = \frac{AB}{2} = 2a.$$

Cum DC este linie mijlocie $\Rightarrow EF = \boxed{a}$

18. Știind că $x + \frac{1}{y} = 2$ și $y + \frac{1}{x} = 4$, aflați $\frac{x}{y}$.

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 4

$$\left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{y} = 2 \Rightarrow \frac{xy}{y} + \frac{1}{y} = 2 \Rightarrow \frac{xy+1}{y} = 2 \\ y + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{xy}{x} + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{xy+1}{x} = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{xy+1}{y} = \frac{2}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

19. Șirul 2,3,5,6,7,8,10,11,... reprezintă șirul numerelor naturale din care lipsesc pătratele perfecte (1,4,9,16,...). Care este al 2003-lea element al șirului?

- a) 2047 b) 2048 c) 2049 d) 2050 e) 2051

Pana la 45^2 sunt $25 - 45 = 1980$ numere care aparțin șirului. Ne trebuie al 23-lea număr după 45^2 care este $\boxed{2048}$

20 $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} - \sqrt{3} - \sqrt{5}=?$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{10}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2}$

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} - \sqrt{3} - \sqrt{5} = \sqrt{2+3+5+2\sqrt{2 \cdot 3}+2\sqrt{2 \cdot 5}+2\sqrt{3 \cdot 5}} - \sqrt{3} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2} - \sqrt{3} - \sqrt{5} = \boxed{\sqrt{2}}$$

21. $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ac} = 165$, calculați $a+b+c$.

- a) 13 b) 15 c) 11 d) 14 e) 25

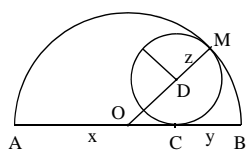
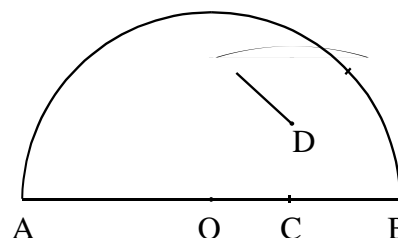
$$\left. \begin{aligned} 20a + 11b + 2c &= 165 \\ a \leq 11b + 2c \leq 11 \cdot 9 + 2 \cdot 9 &= 117 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 49 \leq 20a \leq 105 \Rightarrow a \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \Rightarrow 11b + 2c \in \{105, 85, 65, 45, 25, 5\}$$

$11b + 2c$ este impar $\Rightarrow b$ este impar

$11b + 2c = 5$ nu are solutie iar pentru celelalte $(a, b, c) \in \{(3, 9, 3), (4, 7, 4), (5, 5, 5), (6, 3, 6), (7, 1, 7)\} \Rightarrow a+b+c = \boxed{15}$

22. Lungimea segmentului $AC = x$, iar $BC = y$. Dacă z este valoarea razei cercului de centru D , tangent la dreapta AB și la semicerc, care din următoarele relații este adevărată?

- a) $2z^2 = xy$ b) $xz + yz = xy$ c) $2z^2 = x^2 + y^2$
 d) $zx + xy = zy$ e) $x^2 = y^2 + z^2$



$$\left. \begin{aligned} OD^2 &= OC^2 + DC^2 \\ OD &= OM - MD \\ OM &= \frac{AC + CB}{2} = \frac{x+y}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow OD = \frac{x+y}{2} - z \Rightarrow \left(\frac{x+y}{2} - z\right)^2 = \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + z^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 + z^2 - z(x+y) = \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + z^2 \Leftrightarrow$$

$$OC = AC - AO = x - \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{xy}{2} - xz - yz - \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{xy}{2} \Leftrightarrow \boxed{xy = xz + yz}$$

23. O cutie de chibrituri are dimensiunile $25 \times 35 \times 45$. Care este numărul minim de cutii cu care putem construi un cub?

- a) 2835 b) 3675 c) 1575 d) 99225 e) 14173

Latura cubului trebuie sa se divida cu 25, 35, 45 si cum se cere numarul minim de cutii, $l = \text{cmmm}(25, 35, 45) = 1575$.

$$\text{numar de cutii} = \frac{\text{volumul cubului}}{\text{volumul cutiei}} = \frac{(1575)^3}{25 \times 35 \times 45} = \boxed{99225}$$

24. Fie $a \in \mathbb{N}$. Dacă a împărțit la 6 dă restul 5, aflați restul împărțirii lui $a^2 + a$ la 6.

- a) 5 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

$$a = 6k + 5 \Rightarrow a^2 = 36k^2 + 60k + 25 \Rightarrow a^2 + a = 36k^2 + 66k + 30 = 6(6k^2 + 11k + 5) \Rightarrow a^2 + a \text{ impartit la } 6 \text{ da restul } \boxed{0}$$

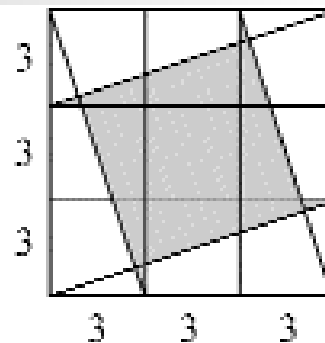
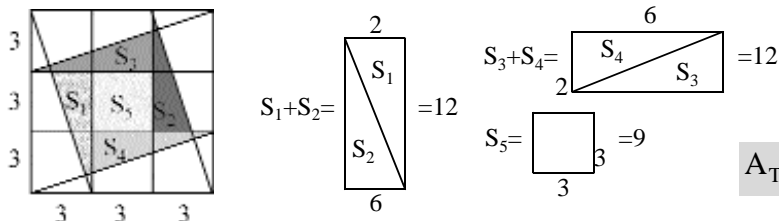
25. Calculați $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)$.

- a) $n-2$ b) $\frac{n+1}{3}$ c) $\frac{n+2}{2}$ d) $\frac{n+2}{n+1}$ e) $n+2$

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) = \frac{\cancel{2}}{2} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} \cdot \dots \cdot \frac{n+2}{\cancel{n+1}} = \boxed{\frac{n+2}{2}}$$

26. Fie A_T = aria ha^ourată. Calculați A_T .

- a) 21 b) 27 c) 33
d) 42 e) 60



$A_T = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 33$

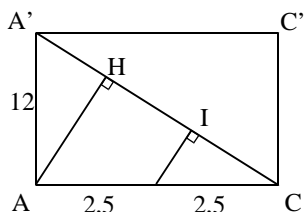
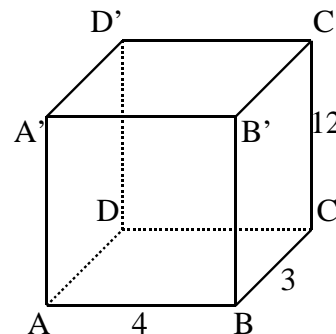
27. Calculați $5\sqrt{a} - a$, dacă $\frac{10}{\sqrt{a}} = a - 27$, $a \in \mathbb{R}_+^*$.

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) -1 d) 2 e) -2

$\frac{10}{\sqrt{a}} = a - 27 \Leftrightarrow \frac{10\sqrt{a}}{a} = a - 27 \Leftrightarrow 10\sqrt{a} = a^2 - 27a \Leftrightarrow 10\sqrt{a} + 2a = a^2 - 25a \Leftrightarrow 2(5\sqrt{a} + a) = (a - 5\sqrt{a})(a + 5\sqrt{a}) \Leftrightarrow a - 5\sqrt{a} = 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{a} - a = -2$

28. ABCDA'B'C'D' este un paralelipiped dreptunghic în care $AC \cap BD = \{O\}$. Calculați $d(O, A'C)$.

- a) 60/13 b) 30/13 c) 3
d) 2 e) 45/13



Reprezentăm dreptunghiul ACC'A'. $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$; $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = 13$.

$A_{ACA'} = \frac{AA' \cdot AC}{2} = \frac{A'C \cdot AH}{2} \Leftrightarrow \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{13 \cdot AH}{2} \Rightarrow AH = \frac{60}{13} \Rightarrow OI = \frac{AH}{2} = \frac{30}{13}$

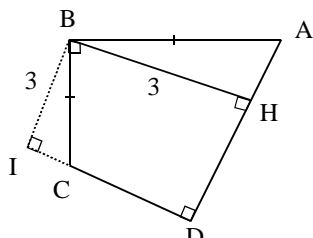
29. a^{ti}ind că $a, b \in \mathbb{N}^*$, iar $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ și $\frac{a-8}{b-8} = \frac{1}{2}$, calculați $b - a$.

- a) 4 b) -2 c) 2 d) 1 e) 3

$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{3}{4} &\Rightarrow a = \frac{3b}{4} \\ \frac{a-8}{b-8} = \frac{1}{2} &\Rightarrow a = \frac{b}{2} + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3b}{4} = \frac{2b}{4} + 4 \Rightarrow b = 16 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow b - a = 4$

30. În patrulaterul ABCD, $m(\angle B) = m(\angle D) = 90^\circ$, $AB = BC$. Fie $BH \perp AD$, $H \in AD$, iar $BH = 3$ cm. Care este aria patrulaterului ABCD?

- a) 3 cm² b) 8 cm² c) 9 cm² d) $10\sqrt{3}$ cm² e) $12\sqrt{3}$ cm²



$\left. \begin{aligned} \angle IBH = \angle CBA = 90^\circ &\Rightarrow \angle IBH - \angle CBH = \angle CBA - \angle CBH \Rightarrow \angle IBC = \angle HBA \\ BC = AB & \\ \angle H = \angle I = 90^\circ & \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle BCI \cong \triangle BAH \Rightarrow BI = 3$

$A_{ABCD} = A_{ABH} + A_{BCDH} = A_{BCI} + A_{BCDH} = A_{BHDI} = 9$

31. Pe o tablă sunt scrise numerele 1,3,5,7,...,99,101. Rând pe rând se °terg câte două numere, iar în locul lor este scris un număr mai mic cu 1 decat suma celor două. Care este ultimul număr care va rămâne pe tablă?

- a) 2555 b) 2551 c) 9600 d) 2501 e) 2550

Daca ar fi sa nu scadem 1 cand adunam 2 numere, atunci suma ar fi $1+3+\dots+101=2601$.

Cand facem o adunare, numarul de numere ramase pe tabela scade cu 1. Cum initial am avut 51 de numere,

vom face in total 50 de scaderi (la fiecare scadere sc oatem 1 din suma). Deci suma este 2551

32 A,B și C reprezintă cifre. Dacă $x=\overline{A4BC2}$ și $y=\overline{A2BC4}$, calculați $x-y$.

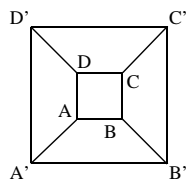
- a) 1998 b) 1898 c) 1988 d) 1798 e) 2098

$$\overline{A2BC4}+1998=\overline{A2BC4}+2000-2=\overline{A4BC4}-2=\overline{A4BC2}$$

33. Un păianjen se află într-un colț al unui cub și încearcă să ajungă în colțul diametral opus. Păianjenul se poate deplasa pe laturile cubului și nu poate parcurge de 2 ori aceeași latură la un drum. Un drum este un °ir ordonat de laturi pe care merge păianjenul. Care este numărul total de drumuri pe care păianjenul le poate folosi?

- a) 12 b) 18 c) 24 d) 30
e) nici unul din răspunsuri

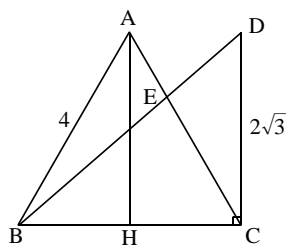
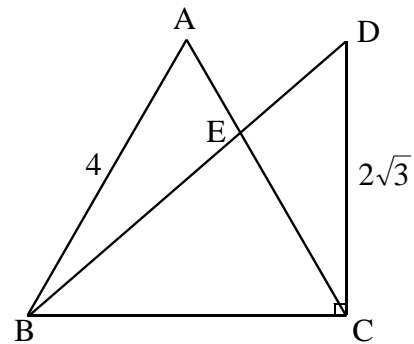
Cubul se poate reprezenta în următoarea forma



Vrem sa ajungem din A in C'. Un drum se poate reprezenta ca o insusire de litere (varfurile prin care trecem). Orice drum incepe cu A si se termina cu C'. Din A am 3 alegeri (A',D,B). Vom numara drumurile care incep cu AB si apoi le inmultim cu 3: ABCC', ABB'C', ABCDD'C', ABB'A'D'C', ABCDAA'B'C', ABCDAA'D'C', ABCDD'A'B'C', ABB'A'ADCC', ABB'A'ADD'C', ABB'A'D'DCC' ⇒ $n=3 \cdot 10=30$.

34. ΔABC este echilateral, $m(\sphericalangle BCD)=90^\circ$, $AB=4$ și $CD=2\sqrt{3}$. Aflați lungimea segmentului AE.

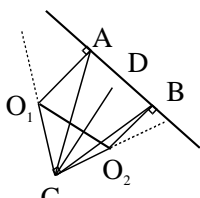
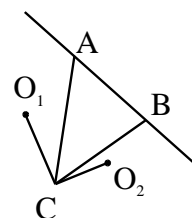
- a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $2\sqrt{2}$
d) 3 e) $\sqrt{3}$



$$\left. \begin{aligned} AH &= \frac{1\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow AH=DC \Rightarrow AD=HC=2 \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle CEB \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2AE=EC \\ &\Rightarrow AE = \frac{4}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} AE+EC &= 4 \end{aligned}$$

35. În figura alăturată, $m(\sphericalangle O_1CO_2) = 90^\circ$ și cercurile sunt tangente la AB. Calculați $m(\sphericalangle ACB)$.

- a) 15° b) 30° c) 45°
d) 60° e) 75°



$$\begin{aligned} \sphericalangle ACB &= \sphericalangle ACD + \sphericalangle BCD = \frac{1}{2}(\sphericalangle AO_1D + \sphericalangle BO_2D) = \frac{1}{2}(\sphericalangle AO_1C - \sphericalangle DO_1C + \sphericalangle BO_2C - \sphericalangle DO_2C) = \\ &= \frac{1}{2}(\sphericalangle AO_1O_2 + \sphericalangle O_2O_1C + \sphericalangle BO_2O_1 + \sphericalangle O_1O_2C - 2\sphericalangle O_2O_1C - 2\sphericalangle O_1O_2C) = \\ &= \frac{1}{2}[(\sphericalangle AO_1O_2 + \sphericalangle BO_2O_1) - (\sphericalangle O_2O_1C - \sphericalangle O_1O_2C)] = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = \boxed{45^\circ} \end{aligned}$$

36. La o °coală există trei sonerii care sună la intervale de 30, 40 și 45 de minute. Dacă la ora 10.00 au sunat toate soneriile simultan, la ce oră vor suna din nou împreună?

- a) 17.30 b) 18.15 c) 16.00 d) 15.30 e) 13.45

$\text{cmmmc}(30,40,215)=360=6 \text{ ore. } 10+6=16.00$

37. De când l-a udat, ceasul electronic al lui Ionel merge prea încet. La ora 12.00, ceasul arăta 13.00, iar la 19.00 arăta 16.00. La ce oră va arăta ceasul lui Ionel ora exactă?

- a) 2.45 b) 14.45 c) 13.30 d) 7.45 e) 15.30

In 7 ore, ceasul lui Ionel parcurge doar 3, ceea ce este echivalent cu faptul ca la fiecare 7 ore, ora normala mai recupereaza 4 ore. Daca la 19 ceasul arata 16, ca sa arate ora corecta, ora normala trebuie sa recupereze 21 de ore, ceea ce se va intampla in

$\frac{21}{4} \cdot 7 = 36h \ 45min. \ 19.00+36.45=55.45=48+7.45$

38 Pentru ce număr real “a” ecuația $x^2 - (a+1)x - 2a^2 + 2a = 0$ are ambele soluții mai mari ca zero?

- a) $(-1;3]$ b) \emptyset c) $(1;\infty)$ d) $(-\infty;0)$ e) $(0;1)$

$x^2 - (a+1)x - 2a^2 + 2a = 0 \Rightarrow x_1 = 2a, x_2 = 1 - a$

$\left. \begin{array}{l} x_1 > 0 \Leftrightarrow 2a > 0 \Leftrightarrow a > 0 \\ x_2 > 0 \Leftrightarrow 1 - a > 0 \Leftrightarrow 1 > a \end{array} \right\} \Rightarrow a \in (0;1)$

39. Un elev dorește să calculeze suma numerelor paginilor dintr-o carte, dar face o greșeală adunând de două ori numărul unei pagini, și obține astfel rezultatul 1000. Care este numărul de pagină pe care l-a adunat de două ori?

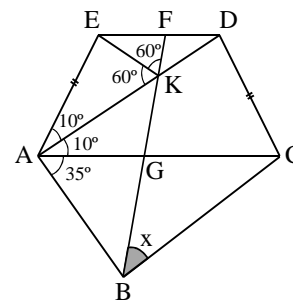
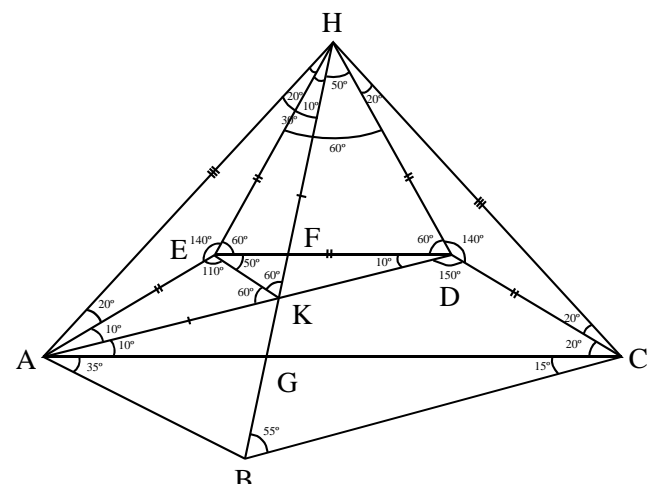
- a) 10 b) 17 c) 20 d) 32 e) 41

$1+2+\dots+n+x=1000$ (n este numărul de pagini, x este pagina pe care a adunat-o din greșeala). Obținem

$1 \leq x \leq n, 1+2+\dots+n = \frac{n^2+n}{2} \Rightarrow \frac{n^2+n}{2} + 1 \leq 1000 \leq \frac{n^2+n}{2} + n \Leftrightarrow n^2+n+2 \leq 2000 \leq n^2+3n \Rightarrow n=44 \Rightarrow x=10$

40. Priviți figura alăturată. Dacă $ED \parallel AC$ și $AE = DC$, aflați x.

- a) 35° b) 45° c) 15°
d) 63° e) 55°



$\sphericalangle CAD = \sphericalangle ADE = \sphericalangle EAD = 10^\circ \Rightarrow AE = ED = DC$. Construim AG a.i. $\sphericalangle HAE = 20^\circ$ și $H \in BF$. In $\triangle AKH$, $\sphericalangle A = 30^\circ$; $\sphericalangle K = 120^\circ \Rightarrow \sphericalangle H = 30^\circ \Rightarrow AK = KH$. $\triangle AKE \cong \triangle HKE \Rightarrow EH = AE$, $\sphericalangle EHK = 10^\circ \Rightarrow \sphericalangle AHE = 20^\circ \Rightarrow \sphericalangle AEH = 140^\circ \Rightarrow \sphericalangle HED = 60^\circ \Rightarrow HD = ED = DC \Rightarrow \sphericalangle DCH = 20^\circ$. In $\triangle AHC$, $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 40^\circ \Rightarrow AH = HC$. In $\triangle AHB$, $\sphericalangle H = 30^\circ$, $\sphericalangle A = 75^\circ \Rightarrow \sphericalangle B = 30^\circ \Rightarrow AH = HB \Rightarrow \triangle BHC$ este isoscel $\Rightarrow x = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$.