EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $18 \cdot 10 - 10 : 2$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x}{4} = \frac{x+2}{8}$, atunci numărul x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr impar din mulțimea $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 \le x \le 8\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Punctul M este mijlocul laturii BC a triunghiului ABC. Dacă aria triunghiului ABC este egală cu $36\,\text{cm}^2$, atunci aria triunghiului ABM este egală cu $\dots\ \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu latura bazei de $3\,\text{cm}$. Aria totală a acestui cub este egală cu $\dots\ \text{cm}^2$.

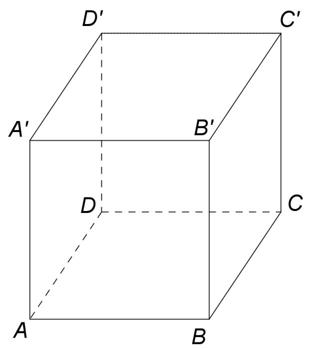

Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate, pentru o pensiune, informații referitoare la numărul de camere și la numărul de paturi din fiecare tip de cameră.

Număr de camere	2	4	4	2
Număr de paturi în cameră	1	2	3	4

Conform tabelului, numărul total de paturi din această pensiune este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinați numărul natural de două cifre care este de cinci ori mai mare decât suma cifrelor sale.

5p **3.** Un corp de mobilă este format din trei părți. Prima parte cântărește $5\,\text{kg}$, a doua parte cântărește cât prima parte și jumătate din a treia parte împreună, iar a treia parte cântărește cât prima și a doua parte împreună. Determinați cât cântărește în total corpul de mobilă.

4. Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + m$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -2x + m$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Pentru $m = -3$, reprezentaţi grafic funcţia f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În sistemul de coordonate xOy se consideră A și B, punctele de intersecție a graficului funcţiei f, respectiv a graficului funcţiei g, cu axa Ox și C punctul de intersecție a graficului funcţiei f cu graficul funcţiei g. Determinați numerele reale nenule m, știind că aria triunghiului ABC este egală cu 15.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - x - 2}{(x-2)^2} - \frac{4}{x^2 - 4} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x + 2} \right) : \frac{x}{(x-2)(x+2)}$, unde x este număr real, $x \ne -2$, $x \ne -1$, $x \ne 0$ şi $x \ne 2$. Arătaţi că $E(x) = 4$, pentru orice x număr real, $x \ne -2$, $x \ne -1$, $x \ne 0$ şi $x \ne 2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc, de diametru $AB = 8\text{cm}$ și punctul T, situat pe cerc, diferit de punctele A și B. Punctul C este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul A și punctul D este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul B. Lungimea segmentului AC este de 2cm.

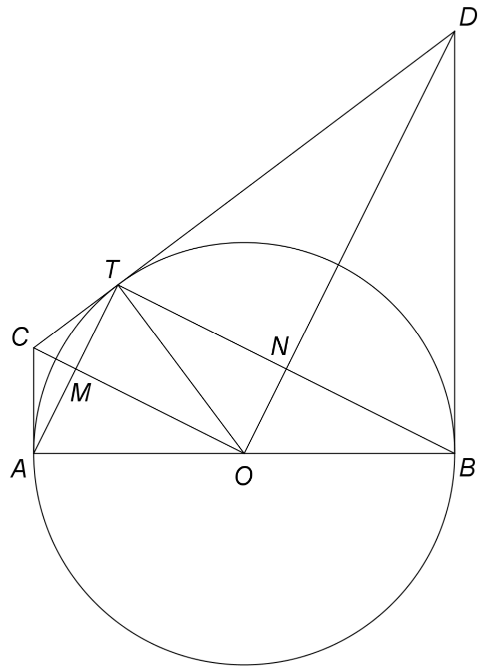

Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea cercului de diametru AB este egală cu $8\pi\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul ABD este isoscel.

5p **c)** Dreptele AT și OC se intersectează în punctul M și dreptele BT și OD se intersectează în punctul N. Demonstrați că aria patrulaterului $MONT$ este egală cu $6,4\,\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată cu $VA = AB = 12\text{cm}$. Punctul M este situat pe muchia CV astfel încât suma $BM + DM$ are valoare minimă.

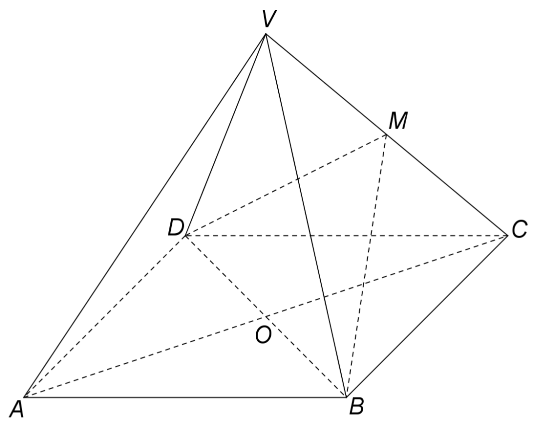

Figura 3

5p **a)** Arătați că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu $144\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta VA este paralelă cu planul (BMD).

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (BMD) este egală cu 6cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020

Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	175	**5p**
2.	2	**5p**
3.	7	**5p**
4.	18	**5p**
5.	54	**5p**
6.	30	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$10a+b=5(a+b)\Leftrightarrow 5a=4b$, unde $\overline{ab}$ este numărul cerut	**2p**
	Cum a și b sunt cifre și $a\neq 0$, obținem $a=4$ și $b=5$, deci numărul cerut este 45	**3p**
3.	$x=5+\dfrac{y}{2}$ și $y=5+x$, unde x este masa celei de-a doua părți și y este masa celei de-a treia părți	**2p**
	$x=15\,\text{kg}$ și $y=20\,\text{kg}$, deci corpul de mobilă cântărește în total $5\,\text{kg}+15\,\text{kg}+20\,\text{kg}=40\,\text{kg}$	**3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $OA=\dfrac{\lvert m\rvert}{3}$, $OB=\dfrac{\lvert m\rvert}{2}$, $OC=\lvert m\rvert$ și $AB=AO+OB=\dfrac{5\lvert m\rvert}{6}$, deci aria triunghiului ABC este egală cu $\dfrac{5m^2}{12}$	**3p**
	$\dfrac{5m^2}{12}=15$, deci $m^2=36$, de unde obținem $m=-6$ sau $m=6$	**2p**
5.	$E(x)=\left(\dfrac{(x+1)(x-2)}{(x-2)^2}-\dfrac{4}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{(x+1)^2}{(x+1)(x+2)}\right)\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=$	**2p**
	$=\left(\dfrac{x+1}{x-2}-\dfrac{4}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{x+1}{x+2}\right)\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=\dfrac{x^2+3x+2-4-x^2+x+2}{(x-2)(x+2)}\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=$ $=\dfrac{4x}{x}=4$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$, $x\neq -1$, $x\neq 0$ şi $x\neq 2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Lungimea cercului de diametru AB este egală cu $2\pi R=$	**3p**
	$=2\cdot\frac{AB}{2}\pi=8\pi\,\text{cm}$	**2p**
	b) $TC=AC$ și $TD=BD$, deci $CD=BD+AC$	**2p**
	$CD^2=CE^2+DE^2$, unde $CE\perp BD$, $E\in BD$, deci $(BD+AC)^2=8^2+(BD-AC)^2$ și, cum $AC=2\,\text{cm}$, obținem $BD=8\,\text{cm}$, deci $AB=BD\Rightarrow\Delta ABD$ este isoscel	**3p**
	c) AB diametru, deci $m(\sphericalangle ATB)=90^\circ$	**1p**
	$AC=TC, OA=OT\Rightarrow OC\perp AT$ și $TD=BD$, $OB=OT\Rightarrow OD\perp BT$, deci patrulaterul $MONT$ este dreptunghi	**2p**
	ΔTCO dreptunghic, $TM\perp CO$, $TC=2\,\text{cm}$ și $OT=4\,\text{cm}\Rightarrow OM=\frac{8}{\sqrt{5}}\,\text{cm}$ și $TM=\frac{4}{\sqrt{5}}\,\text{cm}$, deci $\mathcal{A}_{MONT}=TM\cdot OM=\frac{32}{5}=6{,}4\,\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{\text{laterală}}=4\mathcal{A}_{\Delta VAB}=$	**2p**
	$=4\cdot\frac{12\cdot 6\sqrt{3}}{2}=144\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	b) $\Delta BCM\equiv\Delta DCM\Rightarrow BM=DM$, deci valoarea minimă a expresiei $BM+DM$ se obține dacă BM este minim și, cum ΔVBC este echilateral, obținem $BM\perp CV$, deci punctul M este mijlocul lui CV	**2p**
	OM este linie mijlocie în $\Delta ACV\Rightarrow OM\parallel VA$ și, cum $OM\subset(BMD)$, obținem $VA\parallel(BMD)$	**3p**
	c) $CV\perp BM$, $CV\perp DM$ și $BM\cap DM=\{M\}\Rightarrow CV\perp(BMD)$	**2p**
	$VA\parallel(BMD)\Rightarrow d(A,(BMD))=d(V,(BMD))=VM=6\,\text{cm}$	**3p**