

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„PETRU MOROSAN - TRIDENT”

EDIȚIA a V-a, BRĂILĂ, 23-25.11.2007

CLASA a VIII-a

1. Demonstrați:

$$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}} + \sqrt{\frac{y(x+z)}{3}} + \sqrt{\frac{z(x+y)}{3}} \leq \frac{5}{6}(x+y+z)$$

$$\forall x, y, z \geq 0$$

În ce caz avem egalitate?

2. Se dă cubul $[ABCD A' B' C' D']$. Fie M mijlocul segmentului $[D' C']$ și N mijlocul lui $[BC]$.

a) Aflați mărimea cubului știind că aria triunghiului AMN este $32\sqrt{29}$ cm.

b) Calculați sinusul unghiului dintre dreptele $A' C'$ și AN .

c) Arătați că A', C și centrul de greutate al triunghiului DBC' sunt coliniare.

3. Să se arate că pentru orice număr natural a , numărul

$$\sqrt{\frac{2007^2 + a^2}{6}}$$
 este număr rațional.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 2 ore