NEAMT **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

ETAPA LOCALĂ

12 FEBRUARIE 2011

CLASA a V-a

1. Fie mulţimile A={1, 2, 3, …, 2011} şi B={1964, 1966, 1968, …, 2420}.

a. Căte elemente are fiecare mulţime.

b. Aflaţi card ($A\cup B$) şi card ($A\cap B$).

c. Demonstraţi că în orice submulţime cu 6 elemente a mulţimii B găsim 2 elemente a căror diferenţă se divide cu 10.

2. a) Aflaţi cel mai mic şi cel mai mare număr natural de trei cifre care împărţit la 9 dă restul 8.

b) Aflaţi suma tuturor numerelor naturale formate din trei cifre care împărţite la un număr format dintr-o singură cifră dau restul 8.

3. Fie $A = (2^{50}\cdot 15^{51}\cdot 10^{2} - 6^{50}\cdot 5^{52}\cdot 3^{3} + 3^{51}\cdot 10^{50}\cdot 5^{2})\cdot 27000$

a) În căte zerouri se termină numărul A.

b) Determinaţi ultima cifră diferită de 0 a numărului A.

4. La o petrecere, opt copii au servit de pe un platou câte un măr şi câte patru prune. Câte mere şi câte prune au fost pe platou dacă la început numărul prunelor era de cinci ori cât numărul merelor, iar la sfârşit de şapte ori cât al merelor?

CLASA a VI-a

1. Arătați că numărul $A=1+3+3^2+3^3+...+3^{2009}$ se divide cu 4 dar nu se divide cu 8.

2. **a)** Determinaţi numerele naturale m și n astfel încât $7\cdot 2^m=2^n - 1$.

b) Demonstraţi că pentru orice număr natural p numărul $(p+4)\cdot(p+2004)\cdot(p+4004)$ se divide cu 3.

3. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D, E, F, în această ordine, astfel încât AB=BC, BD=DE, CE=EF, iar AF=48.

a) Calculaţi DE.

b) Dacă, în plus, mijlocul [DE] coincide cu mijlocul [AF], calculaţi AB și EF.

4. Considerăm enunţul:

„Se dau unghiurile ABC și ABD, astfel încât $m(\angle ABC) - m(\angle ABD)=90°$. Demonstraţi că bisectoarele celor două unghiuri formează un unghi cu măsura de 45°.”

a) Demonstraţi enunţul în cazul în care cele două unghiuri sunt neadiacente.

b) Este adevărat enunţul în cazul în care unghiurile sunt adiacente? Justificaţi.