

CLASA a V-a BAREM

1. a) În mulțimea A avem numerele consecutive de la 1 la 2011. $\text{card}A=2011$.
În mulțimea B avem numerele pare consecutive de la 1964 la 2420. $\text{card}B=229$. 3p
b) $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 2011, 2012, 2014, \dots, 2420\}$, $A \cap B = \{1964, 1968, 1970, \dots, 2010\}$.
 $\text{card}(A \cap B) = 24$, $\text{card}(A \cup B) = 2216$. 2p
c) Mulțimea B are numere pare care au ultima cifră 0, 2, 4, 6, sau 8 (deci 5 tipuri de numere). Dacă alegem submulțimi cu 6 elemente, cel puțin 2 numere au ultime cifră egală. Diferența acestor numere are ultima cifră 0. 2p
2. a) Cel mai mic număr de 3 cifre este 100. Restul împărțirii numărului 100 la 9 este 1. Cel mai mic număr de trei cifre care împărțit la 9 dă restul 8 este 107. 1,5p
Cel mai mare număr de 3 cifre este 999. Restul împărțirii numărului 999 la 9 este 0. Cel mai mare număr de trei cifre care împărțit la 9 dă restul 8 este 998. 1,5p
b) Cu teorema împărțirii cu rest obținem: $D = C \cdot I + R$ cu $R < I$ și cum I are o cifră și este mai mare decât 8, obținem $I = 9$. 0,5p
Cel mai mic număr de trei cifre care împărțit la 9 dă restul 8 este 107. Cel mai mare număr de trei cifre care împărțit la 9 dă restul 8 este 998.
 $107 = 9 \cdot 11 + 8$
 $998 = 9 \cdot 110 + 8$ 0,5p
Suma este: $S = 9(11 + 12 + \dots + 110) + 8 \cdot 100$ 2 p
Finalizare 1p
3. $A = 2^{50} \cdot 3^{50} \cdot 5^{50} (5 \cdot 3 \cdot 10^2 - 5^2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 5^2) 27000 = 30^{50} (1500 - 675 + 75) = 30^{50} \cdot 900 \cdot 27000$ 3p
a) Numărul de zerouri în care se termine numărul A este $50 + 2 + 3 = 55$. 2p
b) Ultima cifră diferită de 0 a numărului A este ultime cifră a numărului $3^{50} \cdot 9 \cdot 27$ și este 7. 2p
4. $m = \text{umărul merelor}$ și $p = \text{numărul prunelor}$. $p = 5m$ 1p
 $(m - 8)7 = 5m - 32$ 2p
Finalizare $m = 12$, $p = 60$ 4p

CLASA a VI-a

1. A are 2010 termeni deci se pot forma 1005 perechi 1p.
 $A = (1+3) + 3^2(1+3) + \dots + 3^{2008}(1+3) \Rightarrow A = 4(1+3^2+3^4+\dots+3^{2008})$ 2p.
A divizibil cu 4 1p.
Suma din paranteză este formată din 1005 numere impare deci este impară 1p.
Deci A nu este divizibil cu 8 2p.
2. a) pentru n diferit de 0, $2^n - 1$ impar, deci $7 \cdot 2^m$ impar, deci $m=0 \Rightarrow 2^n - 1 = 7 \Rightarrow n=3$ 2p.
Pentru $n=0$, obținem $7 \cdot 2^m = 0$, fals. 1p.
b) $(n+1+3)(n+2004)(n+2+4002)$ și 3, 2004, 4002 divizibile cu 3 1p.
Pentru orice n natural, n sau n+1 sau n+2 este divizibil cu 3 2p.
Finalizare 1p.
3. notând $AB=x$, $BC=y$ obținem $DE=x+y$, $EF=x+2y$ 1p.
a) $AF=4x+4y$, $AF=48 \Rightarrow x+y=12 \Rightarrow DE=12$ 2p.
b) Dacă cele două segmente au același mijloc atunci $AD=EF$ 1p.
Obținem $2x+y=x+2y \Rightarrow x=y=6$ 2p.
 $AB=6$ cm., $EF=18$ cm. 1p.
4. a) Desen corect executat 1p.
unghiul format de cele 2 bisectoare $= 1/2(m(\angle ABC) - m(\angle ABD)) = 45^\circ$ 2p.
b) Desen corect executat
Unghiul format de bisectoare este jumătate din suma celor 2 unghiuri. 2p.
Dacă diferența celor 2 unghiuri este $90^\circ \Rightarrow m(\angle ABC) > 90^\circ$
 \Rightarrow suma lor este mai mare de 90° 1p.
Unghiul format de bisectoare $> 45^\circ$ deci enunțul este fals 1p.