

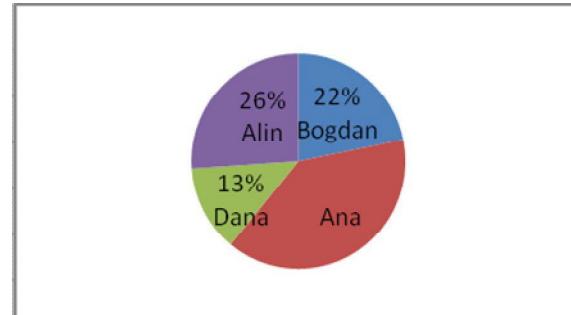


OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA
MATEMATICĂ- ETAPA INTERJUDEȚEANĂ
CLASA a VIII-a
10.06.2013



SUBIECTUL I - Pe foaia de concurs scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

- 5p 1. Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} / |x| \leq 3\}$ este
- 5p 2. Diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor $a = 7 - 4\sqrt{3}$ și $b = 7 + 4\sqrt{3}$ este...
- 5p 3. Cel mai mic număr de forma $\overline{x27}:3$ este
- 5p 4. Suma lungimilor muchiilor unui tetraedru regulat este de **54 cm**. Muchia tetraedrului este ... cm.
- 5p 5. Fie $ABCA'B'C'D'$ cub. Măsura unghiului format de dreptele AB' și $B'C$ este egală cu ... °.
- 5p 6. Suma de 1000 lei a fost împărțită la patru elevi: Alin, Bogdan, Dana și Ana, ca în diagrama alăturată. Suma primită de Ana este..... lei.



SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

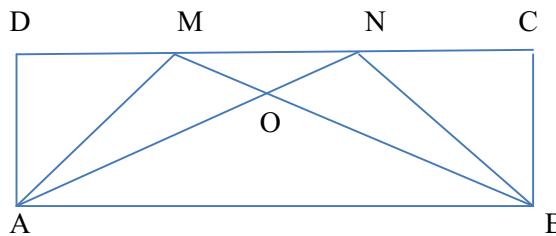
- 5p 1. Desenați un tetraedru regulat CLUJ
- 5p 2. La un concurs de matematică concurenții au de rezolvat 30 probleme. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 3 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat un elev care a obținut 118 puncte?
3. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{x-3}{2x-1} - \frac{x}{2x+1}\right) \cdot \frac{4x^2-4x+1}{4x+3}, x \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right\}$
- 5p a) Arătați că forma cea mai simplă a expresiei este $\frac{1-2x}{2x+1}$.
- 5p b) Să se arate că pentru $x = 1 - \sqrt{2}$ numărul $E(x) - 4\sqrt{2}$ este natural.
- 5p 4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 5a, \forall x \in \mathbb{R}$. Să se determine a astfel încât punctul $A(3;16) \in G_f$.
- 5p 5. Arătați că numărul

$$(\sqrt{2}x + 3y)^2 - (\sqrt{11}x - \sqrt{5}y)(\sqrt{11}x + \sqrt{5}y) + (3x - \sqrt{2}y)^2 \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

"Matematică, matematică, matematică, matematică, matematică,.....
Atâta matematică? Nu! Mai multă!"

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În figura alăturată este ilustrat schematic peretele unei camere, având lungimea $AB = 6\text{ m}$ și înălțimea $BC = 2\text{ m}$. Punctele M și N sunt situate pe DC astfel încât $DM = MN = NC$.



- 5p a) Care este suprafața peretelui?
- 5p b) Mihai zugravește peretele astfel: suprafețele ADM și BNC în roșu iar restul în alb. Știind că pentru 1 m^2 este nevoie de 2 l vopsea și că vopseaua este ambalată în bidoane de 3 l , câte bidoane de vopsea roșie și câte bidoane de vopsea albă se vor cumpăra?
- 5p c) Maria vrea să pună un tablou în punctul O de intersecție al diagonalelor trapezului $ABNM$. Determinați la ce distanță de tavan va pune tabloul?
2. Dintr-o bucată de cașcaval în formă de cub cu latura de 12 cm, Tudor a sculptat o piramidă patrulateră regulată $SABCD$ având latura bazei și înălțimea egale cu latura cubului.
- 5p a) Desenați cubul și piramida patrulateră regulată $SABCD$;
- 5p b) Determinați volumul de cașcaval îndepărtat din cub.
- 5p c) Calculați aria laterală a corpului sculptat din cașcaval.

*Subiectele au fost - propuse de prof. Elena Măgdaș - Școala Gimnazială Horea Cluj-Napoca
prof. Ioana Ludușan – Transylvania College Cluj-Napoca*

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.**

“Matematică, matematică, matematică, matematică,.....
Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

(Grigore Moisil)

SUBIECTUL I (30 de puncte) Barem - Clasa a VIII-a

1.	7	5p
2.	6	5p
3.	327	5p
4.	9 cm	5p
5.	60°	5p
6.	390	5p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează tetraedrul regulat Notează tetraedrul regulat	4p 1p
2.	a = numărul de probleme rezolvate corect b = numărul de probleme rezolvate greșit $a + b = 30$ și $5a - 3b = 118$ $a = 26$	1p 2p 2p
3.	a)amplificarea fracțiilor desfacerea corectă a parantezelor calculul final al parantezei $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ finalizare	1p 1p 1p 1p 1p
	b) $E(1 - \sqrt{2}) = 5 + 4\sqrt{2}$ $E(1 - \sqrt{2}) - 4\sqrt{2} = 5 \in \mathbb{N}$	3p 2p
4.	$A(3;16) \in G_f \Rightarrow f(3)=16$ $a=2$	3p 2p
5.	Fiecare formulă aplicată corect Calcul Finalizare $(4y)^2$	3p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC = 6 \cdot 2 = 12m^2$	3p 2p
	b) $\mathcal{A}_{\triangle ADM} = AD \cdot DM = 2m^2$ Aria suprafeței roșii = 2 · $\mathcal{A}_{\triangle ADM} = 4m^2$ Numărul bidoanelor cu vopsea roșie este egal cu 3 $\mathcal{A}_{AMNB} = 8m^2$ Numărul bidoanelor cu vopsea albă este egal cu 6	1p 1p 1p 1p 1p 1p
	c) $OT \perp MN$ $\triangle NTO \sim \triangle NDA$ $\frac{NT}{ND} = \frac{TO}{DA}$ $TO = 0,5m$	1p 1p 2p 1p
2.	a)desenează cubul corect desenează piramida corect notează piramida	2p 2p 1p
	b) Volum cub = 1728 cm³ Volum piramida = 576 cm³ Volum indepartat = 1152 cm³	2p 2p 1p
	c) Formula ariei laterale apotema = $6\sqrt{5}$ aria laterală = $144\sqrt{5}$	1p 2p 2p