

**INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT**

**OLIMPIADA DE MATEMATICA  
FAZA LOCALA**

12 februarie 2011  
Clasa a V-a

**SUBIECTUL 1**

- a) Verificați egalitatea:  $7^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 6^2) = 2009$ .
- b) Arătați că există  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ , distincte, astfel încât:  $a^2 + b^2 + c^2 + 2d^2 = 2011$ .

**Prof. Daniel Cojocaru**

**SUBIECTUL 2**

Arătați că numerele:  $a = 3^n \cdot 5^{n+1} + 3$  și  $b = 3^{n+1} \cdot 5^n + 2$  sunt prime între ele.

**Prof. Gheorghe Ștefana**

**SUBIECTUL 3**

Se consideră șirul de numere naturale: 4; 7; 10; 13; 16; ...

- a) Calculați diferența dintre al 2011-lea termen al șirului și al 201-lea termen al șirului.
- b) Calculați suma primilor 2011 termeni ai șirului divizibili cu 5.

**Prof. Iuliana Trașcă**

**SUBIECTUL 4**

Determinați  $a$  și  $b$  dacă  $\overline{ab} + a + b = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**G.M. 5/2005**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

## INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

### OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011  
Clasa a VI-a

#### SUBIECTUL 1

Fie  $a = \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{77 \cdot 80}$  și  $b=260$ . Dacă  $x = \frac{b}{a}$ , aflați numărul divizorilor lui  $x$ .

**Prof. Ioana Nițu**

#### SUBIECTUL 2

Să se arate că fracția  $\frac{2011^n \cdot 2012^{n+1} + 2011}{2011^{n+1} \cdot 2012^n + 2010}$  este ireductibilă oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Prof. Ion Neață**

#### SUBIECTUL 3

Fie unghiurile adiacente ABC și CBD, iar semidreptele [BM], [BF], [BE] bisectoarele unghiurilor CBD, ABC respectiv CBM. Știind că unghiul MBE este dublul unghiului ABF iar suma dintre triplul unghiului EBF și unghiul ABC este  $165^\circ$ . Să se afle:

- măsurile unghiurilor ABC și CBD.
- justificați dacă unghiul ABM este drept.
- sunt semidreptele [BA] și [BD] opuse?

**Prof. Victoria Negrilă**

#### SUBIECTUL 4

Un pătrat de latură  $x$  este format din 4016016 pătrate mai mici, de latură  $y$ .

- Înlăturând 4007 pătrate mici, rămâne un pătrat cu aria egală cu  $4006^2 \text{ cm}^2$ . Aflați  $y$ .
- Pătratele mici, numerotate cu numere naturale de la 1 la  $2004^2$ , se vopsesc în alb și albastru, după regula: cu alb se vopsesc cele numerotate cu numerele de forma  $2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , iar restul cu albastru. Câte pătrate albastre există ?

\*\*\*\*\*

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

## INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

### OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011  
Clasa a VII-a

#### SUBIECTUL 1

Se consideră numărul  $A=n^3-3n+2$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- Să se arate că:  $A=(n+2) \cdot (n-1)^2$ .
- Dacă  $d=(n+2, (n-1)^2)$ , să se arate că  $d \in \{1, 3, 9\}$ . Notația  $d=(a, b)$  reprezintă c.m.m.d.c. al numerelor  $a$  și  $b$ .
- Să se determine  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $7|A$ .

**Prof. Daniel Cojocaru**

#### SUBIECTUL 2

Determinați  $x, y \in \mathbb{N}^*$  numere naturale astfel încât:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2011}$ .

**Prof. Marilena Nuță**

#### SUBIECTUL 3

Fie trapezul ABCD,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $AB=2AD=2CD$ , M mijlocul lui [AB],  
 $\{N\}=[AC] \cap [DM]$ ,  $\{P\}=[MC] \cap [BD]$ .

- Stabiliți natura triunghiului ABC.

- Arătați că  $A_{\Delta PMB} = \frac{A_{ABCD}}{6}$

**Prof. Gheorghe Ștefana**

#### SUBIECTUL 4

Fie triunghiul dreptunghic ABC,  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  
 $M \in (AD)$ ,  $N \in (BD)$ . MN este paralelă cu AB dacă și numai dacă  $\sphericalangle BAN = \sphericalangle ACM$

**Prof. Ion Neață**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

## INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

### OLIMPIADA DE MATEMATICA FAZA LOCALA

12 februarie 2011

Clasa a VIII-a

#### SUBIECTUL 1

Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația:  $4044121\{x\}^2 - 2011x - 2011\{x\} + 2011 = 4038090[x] + 2010$ , unde  $\{x\}$  reprezintă partea fracționară a lui  $x$ , iar  $[x]$  reprezintă partea întreagă a lui  $x$ .

**Prof. Iuliana Trașcă**

#### SUBIECTUL 2

Dacă  $x, y \in \mathbb{Q}^*$  și  $|x| + \frac{25}{|x|} + 4|y| + \frac{1}{16|y|} \leq |5 - 2\sqrt{6}| + |4 - 2\sqrt{6}| + 10$ ,

atunci  $8 \cdot \sqrt{2011 \left( x^2 - y^2 + \frac{103}{16} \right)} \in \mathbb{N}$

**Insp. șc. de specialitate, prof. Aurelia Stanciu**

#### SUBIECTUL 3

Fie ABCD un paralelogram, M un punct exterior planului (ABC),  $AC \cap BD = \{O\}$ , dacă  $m(\sphericalangle AMC) = 90^\circ$ , atunci  $AC^2 + BD^2 \geq (MB + MD)^2$

**Prof. Ion Neață**

#### SUBIECTUL 4

Fie pătratul ABCD și rombul ABEF situate în plane perpendiculare cu  $AB = AE = a$ .

- Aflați aria triunghiului DEF.
- Comparați distanța de la punctul de intersecție al dreptelor CF și DE la planul pătratului respectiv la planul rombului.
- Calculați o funcție trigonometrică a unghiului dintre dreptele AE și BD.

**Prof. Victoria Negrilă**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.