UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN DOLJ

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
# ETAPA LOCALĂ

## Craiova, 17 Februarie 2007

## Clasa a VIII-a

**Problema 1** Fie $x$, $y$ şi $z \in \mathbf{R}$ cu proprietatea că $x^2+y^2+z^2 \leq 2$. Să se demonstreze că $xy+yz+zx \in [-1,2]$.

V. Slesar

**Problema 2** Se consideră dreptele $d_1$ şi $d_2$ a căror intersecţie este formată din punctul $P$ şi fie $A$ un punct exterior planului determinat de cele două drepte. Fie $A_1 \in d_1$ şi $A_2 \in d_2$ astfel încât $AA_1 \perp d_1$ şi $AA_2 \perp d_2$. Dacă $M$ este mijlocul segmentului $A_1A_2$, iar $N$ este simetricul lui $P$ faţă de $M$, demonstraţi că dreptele $AN$ şi $A_1A_2$ sunt perpendiculare.

V. Slesar

**Problema 3** Să se găsească cel mai mic număr real de forma

$$\sqrt{x^2+y^2-6x+9}+\sqrt{x^2+y^2-12x-8y+52},$$

unde $x, y \in \mathbf{R}$. Determinaţi perechile de numere reale $(x, y)$ pentru care se obţine acest minim.

M. Popescu

**Problema 4** Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub de latură 1 şi fie $M$, $N$, $E$ şi $F$ mijloacele laturilor $AB$, $AD$, $B'C'$ şi $C'D'$, respectiv. Să se demonstreze că planele $(A'MN)$ şi $(C'EF)$ sunt paralele şi să se calculeze distanţa de la punctul $C$ la planul $(A'MN)$.

Notă:

- Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7
- Timp de lucru 3 ore