

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
Craiova, 17 februarie, 2007

CLASA a V-a

Problema 1

- a) Ordonăți crescător numerele: 8^{168} , 63^{84} , 126^{72} , 129^{72} .
b) Comparați numerele x^{17} și 17^{x+2} unde x este a 6871-a cifră a numărului 12131415...20062007

Problema 2

- a) Arătați că $20 \mid 49^{2n} + 10 \cdot 49^n + 9$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
b) Dacă numerele \overline{abc} și \overline{bca} se divid cu 37, arătați că și numărul \overline{cab} se divide cu 37.

Problema 3

Determinați numerele \overline{abc} care verifică în același timp condițiile:

- i) \overline{abc} este divizibil cu 15;
ii) $x = a \cdot 2^{6n+1} + b \cdot 2^{6n+2} + c \cdot 2^{6n+3}$ este cub perfect, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Pentru fiecare număr găsit precizați numărul al cărui cub este x .

prof. Christina Dan

Problema 4

- a) Demonstrați că oricum am alege 5 numere naturale, dacă le ridicăm la puterea a patra, printre numerele obținute găsim întotdeauna cel puțin două a căror diferență se divide cu 10.
b) Suma a 15 numere naturale nenule, distincte, este 159. Demonstrați că printre aceste numere se găsește cel puțin un pătrat perfect.

Notă:

- Fiecare problemă se notează cu puncte de la 1 la 7
- Timp de lucru 3 ore