OLT 2009 OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

CLASA a V-a

1. a) Calculați : $2009^0 + 2009^1 + 0^{2009} + 1^{2009} + 2009 \cdot 0$.

   b) Care este cel mai mare număr de forma $\overline{xyz}$ divizibil cu 5 ?

   c) Câte numere de forma $\overline{xy4}$ sunt divizibile cu 2 ? Justificați răspunsul dat.

2. a) Arătați că numărul $a = 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$ este multiplu de 15.

   b) Aflați numărul natural x din relația : $42 \cdot 7^x - 3^2 \cdot 7^x + 2^3 \cdot 7^x = 2009$

3. a) Dacă a + b = 33 şi a + c = 11 arătați că 5a + 3b + 2c este pătrat perfect.

   b) Comparați numerele $4 \cdot 3^{3013}$ şi $3 \cdot 4^{2009}$.

4. La o împărțire a două numere naturale suma dintre cât, împărțitor şi rest este 114. Ştiind că diferența dintre cât şi împărțitor este 55, iar împărțitorul este cu 2 mai mic decât triplul restului, aflați cele două numere.

CLASA A VI-A

SUBIECTUL I

1. Efectuati calculul : $\frac{1}{2008} - \frac{1}{2008 \bullet 2009}$.
2. Aflati valoarea produsului: $\left(1 - \frac{1}{2007}\right)\left(1 - \frac{1}{2008}\right)\left(1 - \frac{1}{2009}\right)$.
3. Aratati ca rezultatul calculelor urmatoare este un numar natural:

$$[\,(\frac{1}{15} - \frac{1}{18}):\frac{1}{45} + \frac{1}{60}:\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{15}\right)]:1\frac{1}{2}.$$

SUBIECTUL II

1. Demonstrati ca numarul $7^{2009} - 7^{2008} - 7^{2007}$ este divizibil cu 2009.
2. Aflati restul impartirii numarului a= $7^{2009} - 7^{2008} - 7^{2007} + 7^{2006} - 7^{2005} - 7^{2004} + ... +$ $+ 7^5 - 7^4 - 7^3 + 7^2 - 7 - 1$ la 2009. Prof. Nicolae Tomescu

SUBIECTUL III

Determinati numerele de forma $\overline{x3x6y}$ stiind ca dau restul 7 la impartirea prin 9.

Prof. Nicolae Bivol

SUBIECTUL IV

In jurul unui punct O avem unghiurile $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle EOA$ astfel incat $\angle BOC) = 2m(\angle AOB), m(\angle COD) = 2m(\angle BOC), m(\angle DOE) = 5m(\angle AOB), m(\angle EOA) = 4m(\angle BOC)$. a

a) Precizati unghiurile ascutite, drepte, obtuze care se formeaza in jurul punctului O.

b) aratati ca semidreptele [OA si bisectoarea $\angle COD$ formeaza un unghi drept.

Gazeta Matematica Nr. 11/ 2008

OLT 2009 OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
<u>Clasa a VII-a</u>

I. a) Arătaţi că: $89=2^2+6^2+7^2=3^2+4^2+8^2$.

b) Fie n $\in N^*$. Să se arate că orice număr de forma: A=10^{2n}-10^{2n-1}-10^{2n-2} se poate scrie sub forma:$x^2+y^2+z^2$, unde $x, y, z \in N^*$ şi sunt distincte(Daniel Cojocaru, Slatina

II. Ştiind că: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2009}$, $x, y \in N^*$, arătaţi că $\sqrt{\left(\frac{x}{41}-49\right)\left(\frac{y}{41}-49\right)}$ este pătrat perfect.

Ion Neaţă, Slatina

III. Să se determine măsurile unghiurilor triunghiului ABC în care m($\hat{C}$)= 2m($\hat{A}$) şi AC = 2BC

IV. În triunghiul ABC construim bisectoarea [AD a unghiului A, D$\in$(BC).

Fie M$\in$(BD), N$\in$(DC) şi MQ‖AD‖NP, unde Q$\in$(AB) şi P$\in$(AC). Să se arate că: $\frac{AP}{AQ}=\frac{DN}{DM}$.

Ion Neaţă, Slatina

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1. Determinaţi x,*a,b* care satisfac egalitatea: $453_{(x-2)}+231_{(x)}=\overline{4ab}$

SUBIECTUL 2. a) Dacă *a* şi *b* sunt numere reale, arătaţi că : $a^2 \quad ab+b^2 \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

b) Demonstraţi că:

$$\sqrt{x_1^2-x_1x_2+x_2^2}+\sqrt{x_2^2-x_2x_3+x_3^2}+\cdots+\sqrt{x_n^2-x_nx_1+x_1^2}\geq x_1+x_2+\cdots+x_n$$

oricare ar fi $x_1+x_2+\cdots+x_n \in \mathbb{R}$ şi n$\in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. În ce caz avem egalitate?

SUBIECTUL 3. Fie expresia : $E(x)=\left(\frac{x^2+7x+10}{4-x^2}-\frac{2x^2+12x+18}{x^2+x-6}+\frac{x^2}{2-x}\right)\cdot\left(\frac{1}{2-x}\right)^{-1}$

a) Determinaţi valorile reale ale lui *x* pentru care expresia *E(x)* este definită. b)Aduceţi expresia la forma cea mai simplă c)Arătaţi că *E(x)* este pozitivă pentru orice valoare a lui *x*, determinată la a)

SUBIECTUL 4. Fie triunghiul ABC cu latura AB=x, BC=y, AC=z unde *x,y,z* verifică relaţia:

$$\sqrt{x^2-12x+61}+\sqrt{y^2-20y+149}+\sqrt{z^2-16z+73}\leq 15$$

Construim pe planul acestuia perpendiculara AM=8 cm. Se cere:

a) Lungimile laturilor triunghiului şi precizaţi natura acestuia. b)Calculaţi distanţa de la punctul A la planul (MBC). c)Dacă P$\in$ (AC) şi PC=$\frac{1}{2}BC$ iar Q$\in$ (BC) astfel încât CQ=$\frac{1}{2}$AC, calculaţi distanţa de la punctul M la dreapta PQ.

Propunători: Prof. NIŢU IOANA – Şc.„G.Magheru ”-Caracal

Prof.NEGRILĂ VICTORIA– Şc. Nr.2 -Caracal