INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA-FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XIII-a, 10– 11 MAI 2013

CLASA a IV-a

PROBLEMA nr. 1 Să se efectueze: $796:\{18x5+616:[3x2-(7+25:5):3]\}:2$ ***

PROBLEMA nr. 2 Suma a trei numere naturale, aflate in ordine crescătoare, este 200. Primele două numere sunt numere impare consecutive, iar al treilea număr este cu 7 mai mare decât triplul numărului al doilea. Aflaţi numerele. *Eugenia MIRON*

PROBLEMA nr. 3 Determinaţi numerele naturale a, b, c ştiind că:
$a+b:2+c:2=45,\ \ a:2+b+c:2=48,\ \ a:2+b:2+c=51$ *Vasile ȘERDEAN, Liana JURCĂ*

PROBLEMA nr. 4 Într-o pungă sunt 36 de bomboane. Alin îşi serveşte prietenii astfel: primul ia o bomboană, al doilea două bomboane, şi aşa mai departe. Apoi serveşte invers: ultimul ia o bomboană, penultimul ia două bomboane, şi aşa mai departe. Lui Alin îi rămân şase bomboane. Câţi prieteni are Alin? ***

CLASA a V-a

PROBLEMA nr. 1 Găsiţi toate numerele naturale de două cifre cu proprietatea că diferenţa dintre număr şi răsturnatul său să fie pătrat perfect. *Monica FODOR, Monica DAN*

PROBLEMA nr. 2 Să se arate că **nu** există un număr natural nenul *n* astfel încât :
$1+3+5+\cdots+2n-1=3^{2012}+2012$ *Gheorghe LOBONȚ, Annamaria POP*

PROBLEMA nr. 3 Fie mulţimea $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, unde a_k sunt numere natural. Cu elementele mulţimii *A* alcătuim toate sumele posibile de câte două numere distincte.
Este posibil ca sumele obţinute să fie numere naturale consecutive?
Mariana URSU, Ancuța NECHITA

PROBLEMA nr. 4 Considerăm numerele naturale nenule x, y, z astfel încât $7x-4=11z+4y$. Determinaţi restul împărţirii sumei $x+y$ la 11 şi restul împărţirii sumei $y+z$ la 7. *Vasile ȘERDEAN, Simona POP*

CLASA a VI-a

PROBLEMA nr. 1 Să se determine numerele naturale a şi b care verifică relaţia: $m-18\cdot d=791$, unde $m=[a,b]$ este cel mai mic multiplu comun iar $d=(a,b)$ este cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b. *Gheorghe LOBONȚ*

PROBLEMA nr. 2 Rezolvaţi pe mulţimea numerelor naturale ecuaţia: $3xy+7z=21$ *Monica FODOR, Ioan GROZA*

PROBLEMA nr. 3 Ştiind că *n* este număr natural nenul

a) Arătaţi că numărul $\frac{n+1}{1}\cdot\frac{n+2}{3}\cdot\frac{n+3}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{n+n}{2n-1}$ este natural;

b) Să se determine *n* ştiind că $\frac{n+1}{1}\cdot\frac{n+2}{3}\cdot\frac{n+3}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{n+n}{2n-1}=4096$ *Vasile ȘERDEAN, Camelia MAGDAȘ*

PROBLEMA nr. 4 Fie triunghiul ABC şi $[AD$ bisectoarea unghiului A, $D\in[BC]$. Prin punctul C construim o paralelă la AD care intersectează pe AB în punctul E. Pe prelungirea laturii $[AC]$ se ia punctul F astfel încât $[AF]\equiv[AB]$ şi punctul A să fie situat între C şi F.

a) Să se arate că $\Delta\, ACE$ este isoscel;
b) Să se arate că $BF \parallel AD$;
c) Să se calculeze valoarea raportului $\frac{EF}{BC}$. *Ioan GROZA*

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ „MARIAN ŢARINĂ” Ediţia a XIII-a, 10– 11 MAI 2013

CLASA a VII-a

PROBLEMA nr. 1 Dacă $a=\sqrt{5-\sqrt{3}-\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$ iar $b=\sqrt{2+\sqrt{2}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}}-1$ stabiliţi dacă este adevărată apartenenţa „ $\frac{a+b}{a-b}-2\sqrt{6}\in\mathbb{Q}$ ”. ***

PROBLEMA nr. 2 Determinaţi numerele naturale prime a, b, c pentru care avem

$$a+\frac{b+c}{1+bc}=\frac{148}{5}$$

Vasile ŞERDEAN, Monica FODOR

PROBLEMA nr. 3 În dreptunghiul $ABCD$, bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAD$ intersectează diagonala BD în F şi latura BC în E. Dacă paralela prin F la DC intersectează diagonala AC în G, demonstraţi că $EG \perp BD$. *Mariana URSU*

PROBLEMA nr. 4 Fie triunghiul ABC dreptunghic în A şi AD înălţime, astfel încât $D\in(BC)$. Dacă M şi N sunt mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$, iar E şi F sunt simetricele punctului D faţă de punctele M, respectiv N, demonstraţi că :

a) $\Delta\, MDN \sim \Delta\, BAC$;
b) Punctele E, A şi F sunt coliniare ;
c) $\frac{A_{\Delta\, BDM}}{A_{\Delta\, CDN}}=\frac{AB^2}{AC^2}$.

Ioan GROZA

CLASA a VIII-a

PROBLEMA nr. 1 Să se arate că **nu** există $n\in\mathbb{N}$ astfel încât: $\sqrt{\frac{5\cdot 36^n+8\cdot 6^n+3}{5\cdot 6^n+3}}\in\mathbb{Q}$.

Gheorghe LOBONŢ

PROBLEMA nr. 2 Să se rezolve sistemul :

$$\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{9}{\sqrt{y}}=1\\ \frac{112}{5x+y}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{9}{\sqrt{y}}\end{cases}$$

Vasile ŞERDEAN, Cristian POP

PROBLEMA nr. 3 Să se arate că în paralelipipedul dreptunghic în care aria totală este egală cu dublul volumului, are loc inegalitatea:

$$V\ge L\sqrt{lh}+l\sqrt{Lh}+h\sqrt{Ll},$$

unde V reprezintă volumul paralelipipedului, iar L, l, h sunt cele trei dimensiuni ale paralelipipedului. *Vasile ŞERDEAN , Monica FODOR*

PROBLEMA nr. 4 Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia de lungime a $(a>0)$, iar E mijloc al segmentului $[CC']$.

a) Determinaţi măsura unghiului format de planul $(A'BD)$ şi planul (EBD);
b) Demonstraţi că $OE \parallel (ABD')$ unde $AC\cap BD=\{O\}$;
c) Calculaţi distanţa de la punctul D' la planul $(A'BD)$.

Ioan GROZA, Mirela RAŢIU