Inspectoratul Şcolar Judeţean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a V- a

Subiecte

1. Să se determine numărul natural de două cifre,scris în baza zece, ştiind că atât suma, cât şi diferenţa dintre acesta şi răsturnatul său sunt simultan pătrate perfecte.

Anda Marcu, Ploiesti

2.Veveriţele Chip şi Deli strâng alune. Chip depozitează alunele în cutii identice iar Deli în borcane identice. 30 de cutii pline conţin tot atâtea alune cât 70 de borcane pline.În timp ce Chip strânge 60 de cutii pline, veveriţa Deli strânge 90 de borcane pline. Deli strânsese deja 600 de borcane pline cu alune când a început şi Chip să strângă alune. Câte cutii trebuie să strângă Chip pentru a avea aceeaşi cantitate de alune ca şi Deli dacă veveriţa Deli nu face pauză?

Ioana Crăciun şi Gheorghe Crăciun, Ploiesti

3.Fie x un număr natural nenul. Pentru orice număr natural $n \geq 2$, numerele a_n şi a_{n-1} verifică relaţia $2a_n = a_{n-1} + x$, iar $S_n = a_1 + a_2 + ...+ a_n.$

Să se afle câtul şi restul împărţirii numărului $A = S_{2012} + a_{2012} - 2a_1$ la 2011.

Prof.Gh.Bumbăcea, Busteni

4. Aflati catul si restul impartirii numarului $7\cdot3^{2011}$ la numarul $4\cdot3^{2010}$.

Prof.Gheorghe Achim, Mizil

Notă:

Timp de lucru : *3 ore*. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar Judeţean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a VI- a

Subiecte

1. Fie suma :

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2011}$$

a) Demonstrati ca $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}>\frac{1}{2}$

b) Daca 0<x<y<z, x,y,z numere naturale, demonstrati că $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{3}{z}$

c) Demonstrati că $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}>\frac{1}{2}$

d) Demonstrati că S>5

Prof. Gabriel Taga,Ploiesti

2.Sa se determine numerele naturale nenule a si b care verifica relatia :

$$\frac{1}{a}+\frac{3}{b}=2$$

Prof.Roxana Soare,Ploiesti

3. În jurul punctului O se construiesc n unghiuri astfel încât m($\measuredangle A_0OA_1$)=1°; m($\measuredangle A_1OA_2$)=2°; M($\measuredangle A_20A_3$)=3° , …, m($\measuredangle A_{n-1}0A_n$)=n° si A_nOA_0, $n\in \mathbb{N}$

a) Care este valoarea maxima a lui n? ($n\in \mathbb{N}$)

b) Demonstraţi că m($\measuredangle A_5OA_{14}$)=90°

c) Demonstraţi că OA_{18} şi OA_{26} sunt semidrepte opuse.

Prof.Viorica Preda,Ploiesti

4. Fie a si b doua numere naturale nenule distincte , astfel incat $31[a,b]=3a^2+b^2$, unde s-a notat cu [a,b] c.m.m.m.c. al numerelor a si b

a)Aratati ca 3b=2a

b)Determinati numerele naturale a si b

Prof. Maria si Anton Negrila,Ploiesti

Notă:

Timp de lucru : *3 ore*. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar Judeţean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa aVII a

Subiecte

1. Se dau numerele reale:

$a=\sqrt{250}-\sqrt{50}$, $b=\sqrt{10}-\sqrt{2}$, $c=\sqrt{2}-1$

a) Găsiţi un număr real nenul *x* astfel incat ax şi *bx* să fie simultan raţionale

b) Demonstraţi că nu există un număr real *y* astfel încât *by* şi *cy* să fie simultan raţionale.

Prof Gabriel Ţaga, Ploieşti

2 Determinaţi cel mai mic număr natural x, astfel încât numărul

$N=\frac{2010^{2011}+2011^{2010}+x}{6}$ să fie număr natural.

Prof Magdalena Georgescu şi Mihail Focşeneanu, Ploieşti

3 Se consideră punctele B,C,D,E pe dreapta *d* şi A nesituat pe *d*; notăm aria triunghiului ABC cu *c*, aria triunghiului ABD cu *d* şi aria triunghiului ABE cu *e*. Arătaţi că :

a. CD= DE dacă şi numai dacă $d=\frac{c+e}{2}$.

b. În condiţiile de la primul punct , dacă B', simetricul lui B fată de AD, se află pe bisectoarea unghiului ABC, atunci aria patrulaterului AB'DC este *e*.

Prof Ion Bilciurescu, Ploieşti

4. Fie ABCD un pătrat de centru O în care punctul F este mijlocul laturii [CD] , iar E este intersecţia dreptelor BD şi AF.

Dacă aria pătratului ABCD este $192\sqrt{2}$ cm^2, aflaţi aria patrulaterului COEF.

Prof Gheorghe Achim, Mizil

<u>**Notă:**</u>

Timp de lucru : *3 ore*. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar Judeţean Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-12 februarie 2011

Clasa a VIII a

Subiecte

1. a. Arătaţi că orice pătrat perfect dă restul 1 sau 0 la împărţirea cu 3.

   b. Fie A un număr natural având 2012 cifre dintre care 201 cifre de 0, 201 cifre de 9, 201 cifre de 8,..., 201 cifre de 2 şi restul de cifre egale cu 1. Arătaţi că $\sqrt{A}$ este un număr iraţional.

Prof. Ioana şi Gheorghe Crăciun, Ploieşti

2. Determinaţi numărul elementelor mulţimii A= { *x* Є Z │ 11│ *x* şi │2x -11│ ≤2011}.

Prof. Maria şi Anton Negrilă

3. Fie triunghiul ABC cu AB = 14 cm, AC= 13cm, BC= 15cm şi N Є (BC)astfel încât $\frac{BN}{NC}=\frac{1}{2}$. Dacă MN este perpendiculară pe planul (ABC) şi MN=4 cm, calculaţi :

   a. distanţa de la M la AC ;

   b. distanţa de la N la planul (MAB).

Prof Ion Tomescu şi Ion Lupea

4. În ΔABC cu $AC=BC\sqrt{3}$, CH este înălţime, $H\in AB$, iar D este punctul diametral opus lui C în cercul circumscris ΔABC. Pe dreptele AC şi CH se iau punctele E respectiv F astfel încât $C\in(AE)$, $CE=BC$, $C\in(HF)$, $CF=CD$, iar pe perpendiculara în C pe planul (ABC) se ia punctul M astfel încât $MC=AC$.

   a. Demonstraţi că triunghiul EFC este dreptunghic în E.

   b. Determinaţi măsura unghiului dintre planele (MAD) şi (MEF).

Prof. Silvia şi Ionel Brabeceanu , Plopeni

<u>Notă:</u>

Timp de lucru : *3 ore*. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10