Şcoala cu clasele I-VIII „Regina Maria”
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

Concursul interjudeţean de matematică „Regina Maria” ediţia V-a
22 noiembrie 2008
clasa VII-a

1. Se consideră suma $S_n = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n}$ $n \geq 2$
   a) Arătaţi că $S_n > 2$, pentru orice $n \geq 2$, $n \in$ **N.**
   b) Arătaţi că $S_n < 3$, pentru orice $n \geq 2$, $n \in$ **N.**
   c) Scrieţi S_9 sub forma $\frac{p}{q}$ cu $p \in$ **N,** $q \in$ **N,** (p,q)=1 apoi arătaţi că q nu se divide cu 5.

Prof. Mihai Popa

2. Se dă trapezul ABCD, AB $\parallel$ CD, AB < CD, unde M şi N sunt mijloacele laturilor [AD], respectiv [BC]. Dacă P este piciorul perpendicularei dusă din D pe dreapta AB, iar E şi F intersecţiile dreptelor BD şi AC cu MN, demonstraţi că :
   a) ABCD este trapez isoscel dacă şi numai dacă EFAP este paralelogram.
   b) Dacă AD=BC, $PF \cap AE = \{O\}$ şi $MB \cap AE = \{S\}$, arătaţi că $6 \cdot SO = AE$.

Prof. Simona Dumitrescu

3. a) Să se determine A={(x,y) / xy-y-3x=2, $x \in$ **Z,** $y \in$ **Z**}
   b) Să se arate că fracţia $\frac{9a+8}{8a+7}$ este ireductibilă pentru orice $a \in$ **N.**
   c) Să se determine $x \in$ **N** de forma $x = 2^a.3^b.5^c$ ştiind că x<50 şi că numărul de divizori pe N a lui x este 6.

Prof. Pavel Toader

4. Se cosideră triunghiul ABC, m($\angle$A)=90° , m($\angle$C)=30° , AB=a, AC=b. Mediana [AD] se prelungeşte cu un segment [DN] $\equiv$ [AD], iar latura [AB] cu [BS] $\equiv$ [BC]. Fie M punctual de intersecţie al bisectoarei unghiului ABC cu CN. Se cere:
   a) Să se arate că ABNC dreptunghi.
   b) Să se arate că punctele S,D,M coliniare
   c) Să se calculeze aria lui ASNM în funcţie de a şi b.

Prof. Mioara Ghiţă

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte
- Timp de lucru 2 ore.