

Olimpiada Națională de Matematică  
Etapa locală – 12 februarie 2011

Clasa a VI-a

**(7 p) Subiectul I**

Arătați că numărul  $a = (2 + 4 + 6 + \dots + 4022) \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} \right)$  este pătrat perfect.

**Subiectul II**

Punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $(AB)$ ,  $D$  este mijlocul segmentului  $(BC)$ ,  $E$  este mijlocul segmentului  $(CD)$ , iar  $F$  este un punct situat pe semidreapta  $(EB)$  astfel încât  $[EB] \equiv [BF]$ . Știind că  $[EB]$  are lungimea de 3 cm,

**(4 p) a)** arătați că  $ED = 1$  cm și  $BD = 2$  cm;

**(3 p) b)** aflați lungimea segmentului  $AF$ .

**Subiectul III**

Fie mulțimea  $A = \{3; 8; 13; 18; 23; \dots; 98; 103\}$ .

**(4 p) a)** Dacă  $S$  este suma elementelor mulțimii  $A$  care nu sunt divizibile cu 3, arătați că 3 divide pe  $S$ .

**(3 p) b)** Scriem pe tablă elementele lui  $A$  și ștergem două la întâmplare, înlocuindu-le cu suma lor. Stabiliți dacă este posibil ca după un număr de repetări ale operației, să rămână pe tablă doar numărul 98.

(GM nr.1/2010)

**Subiectul IV**

Se consideră unghiurile în jurul punctului  $O$ ,  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$ ,  $\sphericalangle DOA$  astfel încât  $m(\sphericalangle BOC) = 8 \cdot m(\sphericalangle BOA)$ ,  $m(\sphericalangle DOC)$  este 50% din  $m(\sphericalangle BOC)$  și  $m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle DOA) = m(\sphericalangle COB) + m(\sphericalangle BOA)$ .

**(4 p) a)** Să se calculeze măsurile celor patru unghiuri din jurul punctului  $O$ ;

**(3 p) b)** Să se determine măsura unghiului dintre bisectoarele  $\sphericalangle BOC$  și  $\sphericalangle COD$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Timp efectiv de lucru: 2 ore