



## CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„SFERA”, EDIȚIA a V-a, BĂILEȘTI  
22 martie 2008

### SUBIECTE CLASA a VII-a

#### Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

1) Fie numărul  $a = \sqrt{5 + \sqrt{24}} - \sqrt{5 - \sqrt{24}} - \sqrt{8}$ . Atunci  $a^{2008}$  este egal cu:  
a) 1;            b) -1;            c) 0;            d)  $2^{2008}$ .

2) Dacă  $x = \sqrt{\frac{8}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \frac{11}{28} + \dots + \frac{350}{2401} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{343}\right)}$ , atunci  $x$  este egal cu:  
a) 1;            b) 7;            c) 2;            d) 0.

3) Fie numerele  $a_1, a_2, \dots, a_{2007} \in \{-1; 0; 1\}$  și  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2007} = 1$ . Atunci  
 $a_1^{2007} + a_2^{2007} + \dots + a_{2007}^{2007}$  este egal cu:  
a) 2007;        b) -1;            c) 0;            d) 1.

4) Fie  $\Delta ABC$  cu  $m(\angle B) = 60^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $AD = 8\sqrt{3}$  cm. Determinați lungimea segmentului  $[DC]$  în cazul în care aria triunghiului  $ABC$  este minimă și triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.  
a) 0 cm;        b) 8 cm;        c)  $4\sqrt{3}$  cm;    d) 4 cm.

5) Fie  $\Delta ABC$  dreptunghic ( $m(\hat{A}) = 90^\circ$ ),  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ .  $E$  este intersecția dintre  $(AD)$  și bisectoarea  $\angle ABC$ , iar  $F$  intersecția dintre  $(BC)$  și bisectoarea  $\angle DAC$ . Dacă  $m(\hat{C}) = 30^\circ$ ; atunci:  
a)  $AC = 2EF$ ; b)  $AC = 3EF$ ; c)  $AC = 4EF$ ; d)  $2AC = 3EF$ .

*Probleme propuse de prof. Gabriel Tica, Băilești*

#### Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete.

1. Să se demonstreze că:  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c)$ ,  $\forall a, b, c \in (0; +\infty)$ .

*Prof. D.M. Bătinețu-Giurgiu, București, Sfera nr. 11*

2. Să se calculeze unghiurile unui triunghi isoscel  $ABC$ ,  $AB = AC$ , știind că între laturile lui există relația  $AB^2 = BC(AB + BC)$ .

*Prof. Ion Nicolaescu, Drăgășani, Vâlcea*