



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„SFERA”, EDIȚIA a V-a, BĂILEȘTI

22 martie 2008

SUBIECTE CLASA a VIII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Se consideră funcțiile liniare $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$ și $g(x) = -\frac{2}{3}x + 3$, ale căror grafice,

reprezentate în același sistem de axe ortogonale xOy sunt dreptele d și g .

Dacă T și K sunt proiecțiile lui O pe d respectiv g , atunci lungimea segmentului $[KT]$ este de :

- a) 3cm; b) $3\sqrt{2}$ cm; c) 1,5 cm; d) $\sqrt{6}$ cm.

2. În piramida patrulateră regulată $VABCD$ se știe latura bazei $AB = 30$ cm, înălțimea piramidei $VO = 20$ cm, E este simetricul lui O față de B . Distanța de la punctul E la planul (VAD) este:

- a) 30 cm; b) 15 cm; c) 36 cm; d) $20\sqrt{2}$ cm.

3. Fie ecuația cu necunoscutele x, y și z : $\frac{x+y+z}{2} = \sqrt{x+5} + 2\sqrt{y+2} + 3\sqrt{z+1} + m$, unde m este număr real.

Valoarea minimă a lui m pentru care ecuația are soluții reale este:

- a) 8; b) -22; c) 20; d) -11.

4. Se dă trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD \perp BC$ și $AB - CD = BC\sqrt{2}$. În punctul T , piciorul înălțimii din C pe AB , se ridică perpendiculara KT pe planul trapezului, $KT = AD\sqrt{3}$. Unghiul determinat de planele (KBC) și (ABD) are măsura de:

- a) 45° ; b) 60° ; c) 30° ; d) 90° .

5. Se dau mulțimile $A = \left\{ x_n \in \mathbf{Q} \mid x_n = \frac{5n+6}{3n+2}, n \in \mathbf{N}^* \right\}$, $B = \left\{ y_p \in \mathbf{Q} \mid y_p = \frac{5p+12}{3p+4}, p \in \mathbf{N}^* \right\}$ și

$C = \left\{ (n, p) \in \mathbf{N}^* \times \mathbf{N}^* \mid x_n \in A, y_p \in B, x_n - y_p = 0 \right\}$. Mulțimea C are:

- a) 15 elemente; b) 8 elemente; c) 24 elemente; d) o infinitate de elemente.

Probleme propuse de prof. Marian Firicel, Calafat

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete.

1. Dacă $x, y \in (0; +\infty)$, $a \in [0; 1]$ și $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{y+a} \geq 1$, arătați că

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^2 \geq \frac{4}{(1-a)(x+y) + a(2-a)}.$$

Prof. Mihail Bencze, Brașov, Sfera nr. 10

2. Fie $ABCDEFGH$ un cub cu lungimea muchiei de 6 cm, P un punct pe segmentul (DF) astfel ca $BP=6$ cm.

- a) Calculați distanța de la centrul de simetrie al cubului la planul (ACP) ;
b) Aflați măsura unghiului planelor (ADG) și (CDF) .

Prof. Marian Firicel, Calafat