Probă scrisă la matematică

Simulare Evaluare Naţională 2020

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p 1. Rezultatul calculului $4^3 : 4 - 2^4$ este egal cu … .

5p 2. Dacă $\frac{12-a}{8} = \frac{5}{4}$, atunci numărul a este egal cu … .

5p 3. Cel mai mic număr natural din intervalul $[-3, 4)$ este egal cu … .

5p 4. Măsura unui unghi exterior al unui triunghi echilateral este egală cu …$^\circ$

5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$. Măsura unghiului determinat de dreptele AD şi BC este egală cu …$^\circ$.

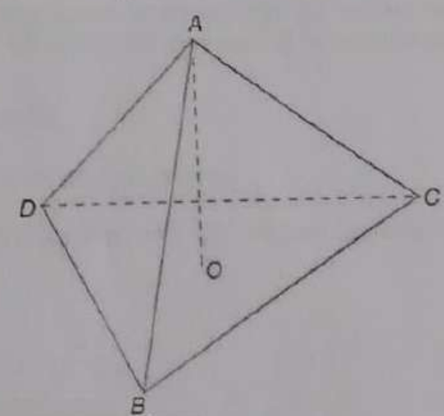
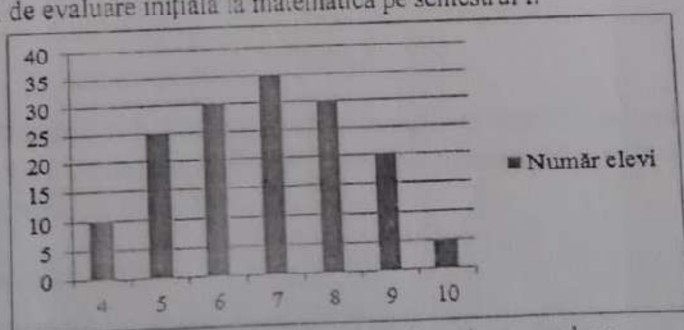


Figura 1

5p 6. În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcţie de notele obţinute la testul de evaluare iniţială la matematică pe semestrul I.



Numărul elevilor a căror notă la acest test este un multiplu de trei este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p 1. Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.

5p 2. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$, cu $a \geq b > 0$, dacă $(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2$ are cel mult două cifre.

5p 3. Un turist parcurge un traseu în trei zile. El merge în prima zi $0,(4)$ din lungimea traseului, a doua zi 60% din rest şi în a treia zi ultimii 4 km. Determinaţi lungimea acestui traseu.

4. Se consideră numerele reale a şi b, astfel încât $a = \sqrt{2}$ şi $b = \sqrt{3}$.

5p a) Arătaţi că $b^{2a^2} > a^{2b^2}$.

5p b) Demonstraţi că $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b}} = \sqrt{6}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x^3 + x^2 - x + 2$, unde x este număr real. Determinaţi numerele reale a, b şi c astfel încât $E(x) = (x+2) \cdot (ax^2 + bx + c)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat rombul $ABCD$ cu centrul O și $AB = 7\text{cm}$. Punctele E, F și C sunt situate de aceeași parte a dreptei BD. Punctele F și E se află de o parte și de alta a dreptei AC, astfel încât triunghiurile DOE și COF sunt echilaterale.

5p a) Calculați perimetrul rombului $ABCD$.

5p b) Demonstrați că segmentele EF și AB sunt congruente.

5p c) Demonstrați că dacă aria triunghiului BED este 75% din aria rombului $ABCD$, atunci B, C, E și F sunt puncte coliniare.

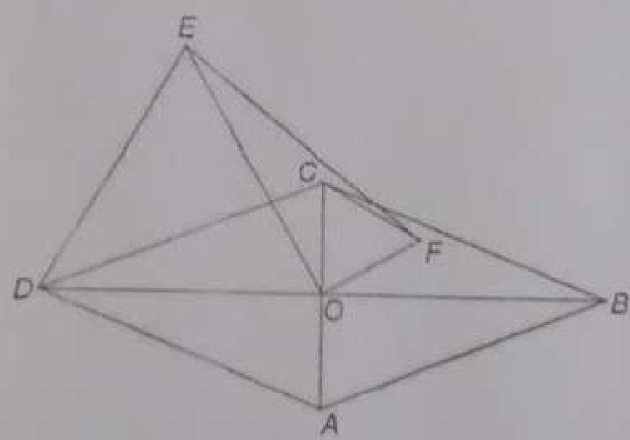


Figura 2

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu centrul bazei sale în O și $AB = 6\text{ cm}$. Centrul de greutate al feței VBC este Q, mijlocul muchiei BC este M, iar punctul P este situat pe segmentul OM astfel încât $MO = 3 \cdot OP$.

5p a) Calculați aria patrulaterului $ABCD$.

5p b) Demonstrați că dreapta PQ este paralelă cu planul (VAD).

5p c) Demonstrați că dacă triunghiul ADQ este echilateral, atunci triunghiul VAB este echilateral.

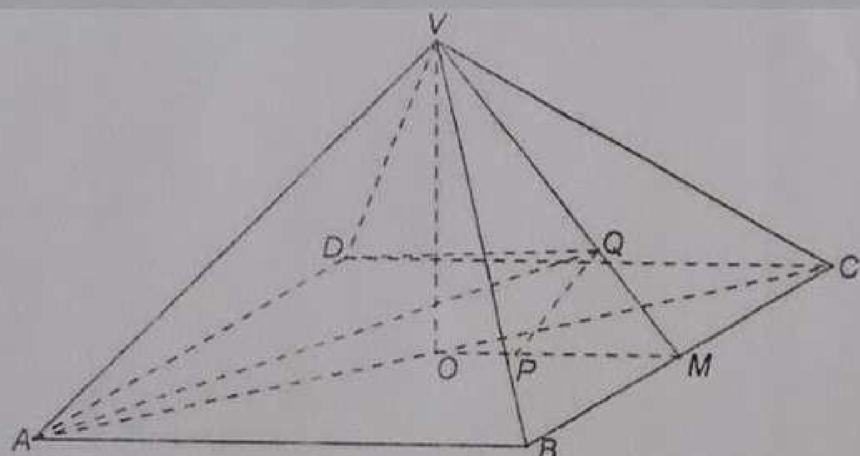


Figura 3

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea si SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	0	5p
2.	2	5p
3.	0	5p
4.	120	5p
5.	90	5p
6.	50	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	4p
	Notează paralelipipedul dreptunghic	1p
2.	$\left(\overline{ab}\right)^2-\left(\overline{ba}\right)^2=\left(\overline{ab}-\overline{ba}\right)\cdot\left(\overline{ab}+\overline{ba}\right)=99\cdot(a+b)(a-b)$	2p
	$\left(\overline{ab}\right)^2-\left(\overline{ba}\right)^2$ are cel mult 2 cifre $\Rightarrow a=b$ sau $(a+b)(a-b)=1\Rightarrow a=b$ sau $a=1, b=0$	2p
	Deoarece $b\neq 0\Rightarrow \overline{ab}\in\{11,22,33,44,55,66,77,88,99\}$	1p
3.	Se notează cu x km lungimea traseului. În prima zi turistul merge 0,(4) din x, adică $\frac{4x}{9}$ km.	2p
	În cea de-a doua zi turistul parcurge 60% din $\left(x-\frac{4x}{9}\right)$, adică $\frac{x}{3}$ km.	1p
	În cea de-a treia zi turistul parcurge $x-\left(\frac{4x}{9}+\frac{x}{3}\right)=\frac{2x}{9}$ km	1p
	$\frac{2x}{9}=4\Rightarrow x=18$ km	1p
4.	a) $b^{2a^2}=9$	1p
	$a^{2b^2}=8$	2p
	$9>8\Rightarrow b^{2a^2}>a^{2b^2}$	2p
	b) $\sqrt{2a^2\mp 2b}=\sqrt{3}\mp 1$	2p
	Finalizare	3p
5.	$E(x)=(x+2)\left(x^2-x+1\right)$	4p
	$a=c=1, b=-1$	1p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	a) $ABCD$ romb $\Rightarrow P_{ABCD}=4\cdot AB$ cm	3p
	$P_{ABCD}=28\text{cm}$	2p
	b) $ABCD$ romb $\Rightarrow AC\perp BD$, $\triangle DEO,\triangle CFO$ echilaterale $\Rightarrow \sphericalangle EOD\equiv\sphericalangle COF$ și $EO=DO$, $FO=CO$	1p
	$\sphericalangle EOD$, $\sphericalangle COE$ complementare și $\sphericalangle EOD\equiv\sphericalangle COF \Rightarrow \sphericalangle COE, \sphericalangle FOC$ complementare $\Rightarrow \sphericalangle EOF$ drept	2p
	$EO=DO$, $FO=CO\Rightarrow \Delta EOF\equiv\Delta DOC(C.C.)\Rightarrow EF=DC=AB$	2p
	c) $EO=DO=\dfrac{BD}{2}\Rightarrow \Delta BED$ dreptunghic, cu vârful unghiului drept în E	1p
	$A_{BDE}=\dfrac{3}{4}\cdot A_{ABCD}\Leftrightarrow BE=3CO$ și $tg60^\circ=tg\sphericalangle ODE=\dfrac{BE}{DE}=\dfrac{BE}{DO}=\sqrt{3}\Rightarrow\dfrac{DO}{CO}=\sqrt{3}$ $\Rightarrow tg\sphericalangle DCO=\sqrt{3}\Rightarrow m(\sphericalangle DCO)=m(\sphericalangle BCO)=60^\circ$	2p
	$m(\sphericalangle OCB)=m(\sphericalangle OCF)=60^\circ\Rightarrow F\in BC, m(\sphericalangle OBC)=m(\sphericalangle OBE)=30^\circ\Rightarrow E\in BC$	2p
2.	a) $ABCD$ pătrat $\Rightarrow A_{ABCD}=AB^2$	3p
	$A_{ABCD}=36\text{ cm}^2$	2p
	b) M, O și N sunt puncte coliniare, unde N este mijlocul lui (AD) și $MO=3\cdot OP\Leftrightarrow\dfrac{NP}{MP}=2$ Q este centrul de greutate al $\Delta VBC\Rightarrow\dfrac{VQ}{MQ}=2=\dfrac{NP}{MP}\Rightarrow PQ\parallel VN$	2p
		1p
	$PQ\parallel VN, VN\subset(VAD), PQ\not\subset(VAD)\Rightarrow PQ\parallel(VAD)$	2p
	c) $MN=AB=6$ cm și fie $S\in MN$ astfel încât $QS\perp MN$; $QS\parallel VO\Rightarrow\Delta MSQ\sim\Delta MOV\Rightarrow$ $\dfrac{QS}{VO}=\dfrac{MS}{MO}=\dfrac{MQ}{MV}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow MS=1\text{ cm}$, deci $NS=5\text{cm}$; ΔADQ isoscel; teorema lui Pitagora în ΔSQN și în $\Delta QNA\Rightarrow AQ^2=AN^2+NS^2+SQ^2=34+QS^2$. $QA=6\text{cm}\Rightarrow QS=\sqrt{2}$ $\Rightarrow VO=3\sqrt{2}=\dfrac{AC}{2}\Rightarrow\Delta VAC$ dreptunghic	4p
	$\Delta VAC\equiv\Delta BAC(I.U.)\Rightarrow VA=AB=6\text{ cm}$, deci triunghiul VAB este echilateral.	1p