

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA A XIV-A
RÂMNICU VÂLCEA - 15 DECEMBRIE 2007
CLASA A VII-A

Problema 1. Aflați numărul natural $n \geq 1$ pentru care exista numerele prime distincte p_1, p_2, \dots, p_n cu proprietatea:

$p_1^2 - 1$ se divide cu p_2 , $p_2^2 - 1$ se divide cu p_3 , \dots , $p_n^2 - 1$ se divide cu p_1 .

(Observație: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, oricare ar fi a și b numere reale.)

Prof. dr. Marcel Teleucă - Chișinău

Problema 2. a) Demonstrați ca dacă numărul $\underbrace{111\dots 11112}_{n \text{ cifre}} \underbrace{111\dots 11111}_{n \text{ cifre}}$ se divide cu 11 el se divide și cu 121, unde n este nenul.

Prof. dr. Marcel Teleucă - Chișinău

b) Să se determine x număr natural astfel încât \sqrt{x} și $\sqrt{x - \sqrt{x}}$ să fie numere naturale.

Problema 3. Într-un patrulater convex sunt duse toate segmentele care unesc vârfurile patrulaterului cu mijloacele laturilor opuse. Se obțin opt segmente. Se știe că șapte dintre cele opt segmente sunt congruente. Ce fel de patrulater convex avem?

Prof. dr. Marcel Teleucă - Chișinău

Problema 4. În ΔABC dreptunghic, $m(\angle BAC) = 90^\circ$, M este mijlocul $[BC]$ și $BD \perp AM$, $D \in [AC]$. Demonstrați că: $m(\angle ACB) = 30^\circ \Leftrightarrow BD = 2 \cdot MD$.

Prof. Cătălin Stănică - Brăila