CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENTA DIN MOLDOVA 2007

CLASA A VII- A

1. Fie n un număr natural, $n \geq 3$. Să se demonstreze că numărul $\overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1}$ se divide cu *7*, dacă şi numai dacă $2\overline{a_n a_{n-1} ... a_4 a_3} + 3a_2 + a_1$ se divide cu *7*.

Mariana Liliana Popescu, Suceava

2. Se dau numerele a_k, $k = \overline{1,2006}$, cu proprietatea că $a_k \in \{-1,1\}$ şi fie numerele $s_k \in \mathbb{N}$, $k = \overline{1,2004}$, definite prin $s_k = | a_k + a_{k+1} - a_{k+2} |$, $k = \overline{1,2004}$.
   a) Să se determine minimul valorilor sumei $s = s_1 + s_2 + ... + s_{2004}$;
   b) Să se demonstreze că, oricum am alege numerele $a_k \in \{-1,1\}$, s este număr par;
   c) Să se determine maximul valorilor sumei s.

Angela Ţigăeru, Suceava

3. Se consideră triunghiul echilateral ABC şi P, N, S, T mijloacele segmentelor $[AB]$, $[AC]$, $[PM]$ şi respectiv $[MN]$, unde M este un punct variabil pe latura $[BC]$. Arătaţi că:
   a) $STCB$ este trapez;
   b) Dacă $ST = 2\,cm$, calculaţi perimetrul triunghiului ABC şi aria lui $STCB$.
   c) Calculaţi perimetrul lui $STCB$ în cazul în care $STCB$ este trapez isoscel

Vasile Solcanu, Bogdăneşti, Suceava

4. Se consideră pentagonul regulat $ABCDE$ şi fie $\{F\} = AC \cap BE$. Considerăm punctul oarecare $M \in [AE]$ şi fie N simetricul lui M faţă de AC, P simetricul lui N faţă de BE şi Q simetricul lui P faţă de EC.
   Să se demonstreze că $[QD] \equiv [MF]$.

Cătălin Ţigăeru, Suceava

Notă: Timpul efectiv de lucru 3 ore.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.