



**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ  
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ**



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„MARIAN ȚARINĂ”**

**EDIȚIA A IX-A**



**15 – 16 MAI 2009**

**CLASA a IV-a**

**I** Scrieți toate numerele naturale de două cifre care împărțite la un număr de o cifră dau restul 7.

*Eugenia Miron*

**II** Triplul sumei a trei numere naturale impare consecutive este 783. Aflați numerele.

*Eugenia Miron*

**III** Diferența a două numere naturale este 630. Dacă împărțim numărul mai mare la numărul mai mic obținem câtul 5 și restul 10. Aflați cele două numere.

*Eugenia Miron*

**IV** Aflați suma numerelor cuprinse între 1 și 1000 care au cifra unităților și a zecilor 7.

*Vasile Șerdean*

**NOTĂ:** *Timp efectiv de lucru 90 minute.*



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ  
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„*MARIAN ȚARINĂ*”

EDIȚIA A IX-A



15 – 16 MAI 2009

**CLASA a V-a**

I Să se afle restul împărțirii numărului  $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2008 + 2010$  la 2009.  
*Mariana Ursu*

II La concursul “Marian Țarină” participă 180 de elevi repartizați în mod egal în 12 săli.  
Să se afle:  
a) Cel mai mic număr de băieți care ar trebui să participe știind că, indiferent de repartizare, în fiecare sală trebuie să fie cel puțin un băiat.  
b) Cel mai mare număr de băieți care ar putea să participe știind că, indiferent cum se face repartizarea, două săli să fie numai cu fete.

*Ioan Groza, Ștefania Mustea*  
III Unui număr natural cu 2009 de cifre îi schimbăm în mod arbitrar ordinea cifrelor. Este posibil ca diferența dintre numărul inițial și cel final să fie 2009? Justificați.

*Vasile Șerdean*

IV Să se arate că fracția

$$\frac{1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4^2 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2008^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2009}$$

este subunitară.

*Gheorghe Lobonț*

**NOTĂ:** Fiecare problemă se notează cu 0 – 10 puncte. Timp efectiv de lucru 2 ore.



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ  
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A IX-A



15 – 16 MAI 2009

## CLASA a VI-a

I. Numerele  $x + y$ ,  $y + z$ ,  $z + x$  sunt direct proporționale cu numerele 3, 4, respectiv 5.

a) Să se determine  $a$ , astfel încât  $3x^2 - 2y^2 = az^2$

b) Aflați  $x$ ,  $y$ ,  $z$  știind că cel mai mare dintre ele este 24.

*Ancuța Nechita, Ștefania Mustea*

II. Fie numerele  $2 - x$ ,  $4 - x$ ,  $6 - x$ , ...,  $2008 - x$ , cu  $x \in \mathbb{Z}$ .

a) Arătați că pentru  $x = 1$  suma numerelor este pătrat perfect

b) Calculați produsul numerelor pentru  $x = 100$ .

c) Determinați cea mai mică valoare a lui  $x$  astfel încât toate numerele să fie negative.

*Ioan Groza*

III. Un greier se află pe axa numerelor întregi în punctul  $M$  de coordonată 2011, adică  $M(2011)$ . El face o săritură de 4 unități în sensul pozitiv și apoi una de 7 unități în sensul negativ și continuă. Aflați după a câta săritură va fi în mijlocul segmentului determinat de punctele  $A$  (1852) și  $B$  (554).

*Vasile Șerdean*

IV. Să se arate că numărul triunghiurilor cu lungimile laturilor numere naturale și perimetru 2009 este egal cu numărul triunghiurilor cu lungimile laturilor numere naturale și perimetru 2012.

*Vasile Șerdean*

**NOTĂ:** Fiecare problemă se notează cu 0 – 10 puncte. Timp efectiv de lucru 2 ore.



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ  
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A IX-A



15 – 16 MAI 2009

CLASA a VII-a

I Să se arate că 
$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2009^2} < \frac{4 \cdot 2009}{2 \cdot 2009 + 1}.$$

*Mariana Ursu*

II Fie numărul  $A = 3^m \cdot 7^n$ ,  $m, n \in \mathbb{N}$  și  $x, y, z$  numărul divizorilor naturali ai numerelor  $A, 3A$ , respectiv  $7A$ . Dacă mulțimile  $\{x + z, y\}$  și  $\{2, 1\}$  sunt direct proporționale, să se determine:

- relația între numerele naturale  $m, n$
- determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $1 < A < 12000$ .

*Monica Fodor*

III Se consideră un patrulater convex  $ABDC$  și punctele  $E, F, T, R$  astfel încât  $E$  este mijlocul  $(AB)$ ,  $F$  este mijlocul lui  $(BC)$ ,  $T$  este mijlocul lui  $(DC)$  și  $R$  este mijlocul lui  $(AD)$ . Știind că  $\{O\} = ET \cap RF$  și  $S[AROE] = 12 m^2$  și  $S[BEOF] = 16 m^2$ , iar  $S[ROTD] = 20 m^2$ , să se calculeze aria patrulaterului  $ABCD$ .

*Vasile Șerdean*

IV Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB = AC$  și  $m(\sphericalangle A) = 36^\circ$ . Bisectoarea unghiului  $C$  intersectează latura  $[AB]$  în punctul  $D$ .

- arătați că  $AD = BC$
- demonstrați că  $AD^2 = AB \cdot BD$
- determinați un punct  $E$  pe latura  $[AC]$  astfel încât suma  $DE + EB$  să fie minimă.

*Ioan Groza*

**NOTĂ:** Fiecare problemă se notează cu 0 – 7 puncte. Timp efectiv de lucru 3 ore.



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„MARIAN ȚARINĂ”

EDIȚIA A IX-A



15 – 16 MAI 2009

**CLASA a VIII-a**

- I Determinați numărul maxim de funcții definite pe mulțimea A cu valori în mulțimea B, dacă

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2 + 10x + 32} \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{și} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2 + 6x + 12} \in \mathbb{N} \right\}$$

Precizați mulțimea punctelor graficului.

*Monica Fodor*

- II Se consideră un poligon convex cu lungimile laturilor  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , care satisfac simultan relațiile:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_n = 3 \\ \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} = 3 \end{cases}$$

Arătați că oricum am alege 101 puncte în interiorul poligonului, există cel puțin 2 puncte situate unul față de celălalt la distanța de cel mult  $\frac{1}{10}$  din latura poligonului.

*Mariana Ursu, Ancuța Nechita*

- III Se consideră mulțimea  $A = \{101, 102, \dots, 119, 120\}$ . Pot fi așezate elementele mulțimii A în vârfurile și în mijloacele muchiilor unui cub astfel încât elementele situate în mijloacele muchiilor să fie media aritmetică a elementelor situate la capetele acelei muchii? (Justificați)

*Vasile Șerdean*

- IV Fie cubul  $ABCD A'B'C'D'$  de latura  $a$ , iar  $M, N$  și  $P$  mijloacele segmentelor  $[AB]$ ,  $[AD]$  și respectiv  $[A'C]$ .

- să se demonstreze că planul  $(MNP)$  este perpendicular pe planul  $(A'AC)$
- Să se determine măsura unghiului dintre dreapta  $A'C$  și planul  $(MNP)$
- Calculați distanța dintre dreptele  $MN$  și  $AD'$

*Monica Fodor, Ioan Groza*

**NOTĂ:** Fiecare problemă se notează cu 0 – 7 puncte. Timp efectiv de lucru 3 ore.